С.В. ЧЕСНОКОВ

МЕТАМАТРИЦЫ В ЛОГИКЕ НАТУРАЛЬНЫХ ТЕКСТОВ

Введение

Работа посвящена логике, которой подчиняются данные как индивидуального, так и организованного научного опыта, получаемого в социологии и других областях знания. Описан метод исследования универсумов, где действуют высказывания, представляющие установленные либо гипотетические логические законы. В его рамках предложен вычислительный метод простых многогранников, опирающийся на идеи комбинаторного анализа, который позволяет вычислять структуру универсумов и, в частности, логическую истинность высказываний. Показано, что бесконечный глобальный универсум ситуаций, в каждой из которых высказывание может быть подтверждено либо опровергнуто, есть предел бесконечной последовательности конечных универсумов, представимых в виде так называемых *метаматриц*. Показано также, что структура универсумов из этой последовательности однозначно определяется видом высказывания и может быть установлена по методу простых многогранников. На примере двух высказываний, выражающих известный закон контрапозиции, вычисления метаматриц, структуры универсумов и истинности высказываний проведены до конца. Обнаружено существование практически и теоретически интересных высказываний, ложных в конечных универсумах, но асимптотически истинных в бесконечном глобальном универсуме. Исследуемая логика применима к универсальным формам опыта (матрицам данных), которые интерпретируются в работе как *натуральные тексты,* допускающие не только языковое, но и неязыковое выражение. Работу завершает обсуждение результатов, в том числе в дискуссионном и философском ключе. Решенная здесь проблема вычисления структуры универсумов и истинности высказываний впервые поставлена в работе [1] применительно к полученному там обобщению силлогистики Аристотеля в рамках теории правил (детерминационного анализа [2]). Подход к решению проблемы был намечен в работе [3].

Чесноков Сергей Валерианович — кандидат химических наук, профессор кафедры социально-экономических систем и социальной политики Государственного университета «Высшая школа экономики»; научный директор компании «Контекст Медиа». **Адрес:** 117419 Москва, а/я 13. **Телефон**: (095) 132-36-11.
Электронный адрес: dalsolution@mtu-net.ru context@context.ru

Постановка задачи

Матрицы данных. Простейшая форма представления данных опыта — матрица вида (1), называемая матрицей данных.

e	x_1	x_2	$\cdots$	x_m	u
e_1	a_{11}	a_{21}	$\cdots$	a_{m1}	E
e_2	a_{12}	a_{22}	$\cdots$	a_{m2}	E
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$
e_n	a_{1n}	a_{2n}	$\cdots$	a_{mn}	E

(1)

Символы e, x_1, x_2,…, x_m, u, расположенные в верхней строке, обозначают переменные. Символы e_k, a_{ik}, E в прочих клетках ($i = 1,2,...,m$, $k = 1,2,...,n$) суть значения переменных. Число n строк -- это *длина* матрицы данных. Переменные e, u есть в любой матрице. Переменная e (*детальная*) имеет n попарно различимых значений $e_1, e_2,..., e_n$, они суть уникальные имена строк матрицы. Переменная u (*универсальная*) имеет одно значение E, повторяющееся во всех строках. Это имя матрицы как целого. Число m всех переменных (исключая переменные e, u) есть *размерность* матрицы данных.

В социологических опросах переменные суть вопросы социолога, значения переменных — ответы респондентов. В техническом представлении визуальных образов (телевизоры, мониторы компьютеров) переменные суть ячейки пространства (поверхности изображения), значения переменных — помещенные в эти ячейки пиксели, мельчайшие элементарные образы. В индивидуальном опыте восприятия мира человеком и животными переменные суть «реперные образы», значения переменных — образы, на основе которых формируется индивидуальное восприятие, анализ и (у человека) мышление. В индивидуальном языковом опыте человека переменные суть тексты собственных реплик, значения переменных — ответные реплики в диалогах.

Матрицы данных и множества. Математическая структура матрицы (1) подобна структуре конечного множества $E = \{e_1, e_2, e_3,..., e_n\}$, содержащего n попарно различимых элементов. Уникальные имена элементов содержатся в столбце e («ключ» в теории баз данных). Значениями переменной e могут быть неязыковые образы объектов, выступающих как элементы множества. Свойствами, которыми обладают (не обладают) элементы e_k множества E, служат значения переменных x_1, x_2, …, x_m, u. Элементы, обладающие одинаковыми свойствами, объединяются в классы эквивалентности, в силу чего каждая переменная задает отношение эквивалентности на множестве E [4]. Всякое множество $E = \{e_1, e_2, e_3, ..., e_n\}$, любой элемент e_k которого обладает только двумя свойствами «уникальное имя e_k» и «принадлежит данному множеству E», представимо матрицей размерности $m = 0$ с двумя столбцами e, u. Это минимальное число столбцов в матрице. Матриц с одним столбцом не существует.

Закон формы. Матрицы вида (1) служат универсальной формой представления данных как индивидуального, так и организованного научного опыта в любой области знаний.

Матрицы данных как натуральные тексты. Матрицы данных это своего рода *тексты*, содержащие эмпирические знания о людях (социология, психология), животных (биология), объектах неживой природы (физика). Подчеркивая роль матриц данных как источника информации о мире, а также возможность их формирования неязыковыми средствами (опираясь только на восприятие образов мира), будем называть такие матрицы *натуральными текстами*. *Длину* и *размерность* натурального текста определим как длину n и размерность m матрицы (1).

Существует ограниченная, но глубокая аналогия между текстами обычными и натуральными. Клетки матриц суть единицы лексики натуральных текстов (сама по себе клетка в проекции на истоки арифметики — это поименованная арифметическая единица). В этих клетках находятся либо фрагменты текстов на естественном языке (реплики диалогов), либо образы мира. Содержание каждой клетки (во внешнем по отношению к заданной матрице восприятии) может быть сколь угодно сложным, состоящим из многих частей. Но в преобразованиях матриц (всякий математический метод анализа данных есть оператор такого преобразования) содержание любой клетки ведет себя как целостный единичный образ, не имеющий частей. В натуральном тексте длины n и размерности m клетки играют роль слов, строки суть предложения одинаковой длины $m+2$, где подлежащим служит имя строки (содержащееся в клетке столбца e), а прочие $m+1$ клеток играют роль сказуемых. Структура натурального текста определяется принадлежностью его элементов (клеток) строкам и столбцам. Принадлежность клетки строке (место клетки в заданном столбце) порождает натуральный счет; принадлежность клетки столбцу (место клетки в заданной строке) порождает натуральный синтаксис, прообраз синтаксиса в естественном языке.

Метаматрица локального универсума. Пусть A, B, C — некоторые свойства, каждым из которых либо обладает, либо не обладает любой натуральный текст вида (1). Для логики натуральных текстов характерны высказывания типа «при условии C, если B, то A».

Их истинность (ложность) применительно к текстам заданной длины n и размерности m определяется отсутствием (наличием) контрпримеров в универсуме

$$U_{m,n}(\mathbf{C}) = \{s_1, s_2, s_3, \ldots, s_{N_{m,n}(\mathbf{C})}\} \qquad (2)$$

натуральных текстов вида (1). Этот универсум, по определению, называется локальным. Признак локальности — фиксированные длина n и размерность m натуральных текстов, образующих универсум. Матрица, представляющая локальный универсум $U_{m,n}(\mathbf{C})$, где действует заданное высказывание, носит название *метаматрицы локального универсума,* или *локальной метаматрицы*. Для высказывания «при условии $\mathbf{C}$, если $\mathbf{B}$, то $\mathbf{A}$» локальная метаматрица имеет вид (3).

s	p	q	U
s_1	$\mathbf{A}$	$\mathbf{B}$	$U_{m,n}(\mathbf{C})$
s_2	$\mathbf{A}$	$\overline{\mathbf{B}}$	$U_{m,n}(\mathbf{C})$
s_3	$\overline{\mathbf{A}}$	$\mathbf{B}$	$U_{m,n}(\mathbf{C})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$s_{N_{m,n}(\mathbf{C})}$	$\overline{\mathbf{A}}$	$\overline{\mathbf{B}}$	$U_{m,n}(\mathbf{C})$

(3)

Это «матрица матриц» (отсюда термин «метаматрица»). Она представляет множество $U_{m,n}(\mathbf{C})$ всех существующих в природе попарно различимых матриц — натуральных текстов $s_1, s_2, s_3, \ldots, s_{N_{m,n}(\mathbf{C})}$ вида (1) длины n размерности m, обладающих свойством $\mathbf{C}$. Клетки выражают наличие либо отсутствие свойств $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ для каждого натурального текста универсума $U_{m,n}(\mathbf{C})$. Символ $U_{m,n}(\mathbf{C})$, будучи именем универсума, есть одновременно имя метаматрицы.

Вычислимость локальных метаматриц. Самое поразительное, что, принимая во внимание лишь общий вид натурального текста (1), можно для широкого класса свойств $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ однозначно (с точностью до порядка строк и их уникальных имен в столбце s) определить конкретный вид локальной метаматрицы (3). Более точно: при заданных m, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ существуют однозначно определенная функция от n вида $N_{m,n}(\mathbf{C})$, которая задает длину метаматрицы (объем универсума $U_{m,n}(\mathbf{C})$), и восемь однозначно определенных функций от n вида $N_{m,n}(pq)$, $N_{m,n}(p)$, $N_{m,n}(q)$, где $p \in \{\mathbf{A}, \overline{\mathbf{A}}\}$ и $q \in \{\mathbf{B}, \overline{\mathbf{B}}\}$, задающих численности строк локальной метаматрицы (3). Значения этих функций суть числа заполнения таблицы двумерного распределения (4).

p	$N_{m,n}(\mathbf{B})$	$N_{m,n}(\overline{\mathbf{B}})$	$N_{m,n}(\mathbf{C})$
$\mathbf{A}$	$N_{m,n}(\mathbf{AB})$	$N_{m,n}(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}})$	$N_{m,n}(\mathbf{A})$
$\overline{\mathbf{A}}$	$N_{m,n}(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B})$	$N_{m,n}(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}})$	$N_{m,n}(\overline{\mathbf{A}})$
	$\mathbf{B}$	$\overline{\mathbf{B}}$	q

(4)

«Задать свойства $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$» значит задать правила идентификации, позволяющие однозначно приписать любому натуральному тексту вида (1) либо наличие, либо отсутствие каждого из этих свойств (последнее обозначается как наличие свойств $\overline{\mathbf{A}}$, $\overline{\mathbf{B}}$, $\overline{\mathbf{C}}$).

Все девять функций независимо вычислимы. Это означает следующее. Значения девяти функций связаны семью соотношениями (5), выражающими тот факт, что строки метаматрицы аддитивны, следовательно, аддитивны числа заполнения в таблице (4):

$$\begin{cases} N_{m,n}(\mathbf{C}) = \sum\limits_{p,q} N_{m,n}(pq) = \sum\limits_{p} N_{m,n}(p) = \sum\limits_{q} N_{m,n}(q) \\ N_{m,n}(p) = \sum\limits_{q} N_{m,n}(pq) \\ N_{m,n}(q) = \sum\limits_{p} N_{m,n}(pq). \end{cases} \tag{5}$$

Суммирование идет по значениям $p \in \{\mathbf{A}, \overline{\mathbf{A}}\}$ и $q \in \{\mathbf{B}, \overline{\mathbf{B}}\}$. Смысл утверждения о независимости вычислений названных девяти функций в том, что для вычисления каждой из них нет принципиальной необходимости использовать соотношения (5) в качестве исходных. Эти соотношения возникают как следствие вычислительной процедуры, а не как ее отправная точка, и могут служить для проверки правильности вычислений.

Кумулятивный и глобальный универсумы. Определим кумулятивный универсум $\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$ натуральных текстов длины от 1 до n и размерности m, как объединение универсумов $U_{m,1}(\mathbf{C}), U_{m,2}(\mathbf{C}), \dots, U_{m,n}(\mathbf{C})$, которые представлены локальными метаматрицами $U_{m,k}(\mathbf{C})$ вида (3), $k = 1, 2, 3, \dots, n$:

$$\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C}) = \bigcup_{k=1}^{n} U_{m,k}(\mathbf{C}). \tag{6}$$

При $n \to \infty$ кумулятивный универсум $\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$ стремится к глобальному универсуму

$$\widehat{U}_{m,\infty}(\mathbf{C}) = \lim_{n\to\infty} \widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C}), \tag{7}$$

который включает в себя все существующие в природе частные примеры натуральных текстов заданной размерности m и произвольной длины от 1 до любых произвольно больших величин.

Метаматрица кумулятивного универсума. Метаматрица кумулятивного универсума (8) имеет тот же вид, что и метаматрица (3), но строк в ней значительно больше, так как они представляют универсум натуральных текстов длины от 1 до n (а не только длины n).

s	p	q	$\widehat{U}$
s_1	**A**	**B**	$\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$
s_2	**A**	$\overline{\mathbf{B}}$	$\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$
s_3	$\overline{\mathbf{A}}$	**B**	$\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$s_{\widehat{N}_{m,n}(\mathbf{C})}$	$\overline{\mathbf{A}}$	$\overline{\mathbf{B}}$	$\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$

(8)

Конкретный вид метаматрицы кумулятивного универсума $\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$ определяется девятью функциями в клетках таблицы (9).

p	$\widehat{N}_{m,n}(\mathbf{B})$	$\widehat{N}_{m,n}(\overline{\mathbf{B}})$	$\widehat{N}_{m,n}(\mathbf{C})$
A	$\widehat{N}_{m,n}(\mathbf{AB})$	$\widehat{N}_{m,n}(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}})$	$\widehat{N}_{m,n}(\mathbf{A})$
$\overline{\mathbf{A}}$	$\widehat{N}_{m,n}(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B})$	$\widehat{N}_{m,n}(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}})$	$\widehat{N}_{m,n}(\overline{\mathbf{A}})$
	B	$\overline{\mathbf{B}}$	q

(9)

Универсумы $U_{m,k}(\mathbf{C})$, $k = 1, 2, 3, ..., n$, образующие кумулятивный универсум $\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$, не имеют общих натуральных текстов. По этой причине девять функций в клетках таблицы (9), определяющие конкретный вид метаматрицы кумулятивного универсума $\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$, вычисляются поклеточным суммированием функций в клетках всех таблиц типа (4), представляющих натуральные тексты длины от 1 до n, как показано в таблице (10).

p	$\sum_{k=1}^{n} N_{m,k}(\mathbf{B})$	$\sum_{k=1}^{n} N_{m,k}(\overline{\mathbf{B}})$	$\sum_{k=1}^{n} N_{m,k}(\mathbf{C})$
A	$\sum_{k=1}^{n} N_{m,k}(\mathbf{AB})$	$\sum_{k=1}^{n} N_{m,k}(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}})$	$\sum_{k=1}^{n} N_{m,k}(\mathbf{A})$
$\overline{\mathbf{A}}$	$\sum_{k=1}^{n} N_{m,k}(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B})$	$\sum_{k=1}^{n} N_{m,k}(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}})$	$\sum_{k=1}^{n} N_{m,k}(\overline{\mathbf{A}})$
	B	$\overline{\mathbf{B}}$	q

(10)

Истинность, доля контрпримеров. Истинность $\widehat{A}_{m,n}(\mathbf{B}\to\mathbf{A})$ высказывания «если $\mathbf{B}$, то $\mathbf{A}$» в кумулятивном универсуме $\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$ вычисляется так, как в анализе правил [1, 2] вычисляется точность правила $\mathbf{B}\to\mathbf{A}$:

$$\widehat{A}_{m,n}(\mathbf{B}\to\mathbf{A}) = 1-\widehat{\varepsilon}_{m,n} = \frac{\sum_{k=1}^{n} N_{m,k}(\mathbf{AB})}{\sum_{k=1}^{n} N_{m,k}(\mathbf{B})}. \qquad (11)$$

Величина $\widehat{\varepsilon}_{m,n}$ в (11) — это доля контрпримеров, опровергающих высказывание «если $\mathbf{B}$, то $\mathbf{A}$» в универсуме $\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$.

Формулы типа (11) используются для вычисления правдоподобия высказываний вида «если $\mathbf{B}$, то $\mathbf{A}$». Д. Пойа в книге «Математика и правдоподобные рассуждения» [5] демонстрирует оценки правдоподобия на совокупностях частных примеров. В нашем случае формула (11) учитывает не совокупность частных примеров, а кумулятивный универсум $\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$. При $n\to\infty$ он превращается в глобальный универсум $\widehat{U}_{m,\infty}(\mathbf{C})$, который включает все существующие в природе частные примеры натуральных текстов фиксированной размерности m и произвольной длины. По этой причине величина (11) служит мерой логической истины, а не правдоподобия.

Ряд истинности. Бесконечный ряд

$$\widehat{\mathrm{A}}_{m,n}(\mathbf{B}\to\mathbf{A}) = 1-\widehat{\varepsilon}_{m,n},\ n=1,\ 2,\ 3,\ldots \qquad (12)$$

величин истинности, вычисляемых по формуле (11), и только он, содержит исчерпывающую информацию об истинности высказывания «если $\mathbf{B}$, то $\mathbf{A}$» в универсуме $\widehat{U}_{m,\infty}(\mathbf{C})$ текстов размерности m произвольной длины n. Высказывание «если $\mathbf{B}$, то $\mathbf{A}$» представляет логическую истину лишь в одном случае: когда члены ряда истинности равны 1 при любом n (доля контрпримеров $\widehat{\varepsilon}_{m,n}=0$ в любом кумулятивном универсуме $\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$). Если $\widehat{\varepsilon}_{m,n}>0$ хотя бы для некоторых n, высказывание «если $\mathbf{B}$, то $\mathbf{A}$» ложное.

Асимптотически истинные высказывания. Существует класс ложных высказываний типа «если $\mathbf{B}$, то $\mathbf{A}$», для которых истинность в кумулятивном универсуме $\widehat{U}_{m,n}(\mathbf{C})$ асимптотически стремится к единице при $n\to\infty$:

$$\lim_{n\to\infty}(1-\widehat{\varepsilon}_{m,n}) = 1. \qquad (13)$$

В глобальном универсуме $\widehat{U}_{m,\infty}(\mathbf{C})$ такие высказывания, будучи ложными, имеют истинность равную единице и в связи с этим могут представлять практический интерес, поскольку частота контрпримеров для них в глобальном универсуме натуральных текстов исчезающе мала. Пример такого высказывания приведен ниже.

Конкретизация. Изложенный выше общий подход далее подробно проиллюстрирован на примере закона контрапозиции. Взяты два конкретных высказывания, одно из которых представляет строгую, другое — нестрогую форму этого закона. Для обоих высказываний вычислены метаматрицы, доли контрпримеров и величины истинности. Метод вычислений, так называемый метод простых многогранников, также подробно описан.

Показано, что высказывание, представляющее строгий закон, истинное. Его ряд истинности состоит из одних единиц. Высказывание, представляющее нестрогий закон, ложное. Все члены его бесконечного ряда истинности меньше единицы. Тем не менее при переходе к глобальному универсуму ($n \to \infty$) этот ряд асимптотически стремится к единице как $1 - 3/(n+2)$ (кумулятивная доля контрпримеров стремится к нулю как $3/(n+2)$). Это означает, что при переходе к глобальному универсуму доля контрпримеров, опровергающих нестрогий закон, становится исчезающе малой, в силу чего этот закон, будучи ложным в классическом смысле, может использоваться на практике как «почти истинный».

Закон контрапозиции

Рассмотрим вычисление метаматрицы и на этой основе вычисление истинности высказываний, представляющих так называемые строгую и нестрогую формы закона контрапозиции.

Закон контрапозиции, строгая форма. Пусть (**C**) a , $\overline{a}$, b , $\overline{b}$ существуют. Тогда, если (**B**) все $\overline{a}$ суть $\overline{b}$, то (**A**) все b суть a .

Символы a , $\overline{a}$, b , $\overline{b}$ суть элементы приведенного ниже натурального текста типа (14). Суждение « a , $\overline{a}$, b , $\overline{b}$ существуют» равносильно утверждению, что в матрице, представляющей натуральный текст, существует хотя бы одна клетка a , хотя бы одна клетка $\overline{a}$, хотя бы одна клетка b , и хотя бы одна клетка $\overline{b}$.

Закон контрапозиции, нестрогая форма. Если (**B**) все $\overline{a}$ суть $\overline{b}$, то (**A**) все b суть a . В отличие от строгой формы, высказывание, представляющее нестрогую форму закона контрапозиции, не требует существования a , $\overline{a}$, b , $\overline{b}$.

Натуральные тексты, в которых действует закон контрапозиции. Строгий и нестрогий законы контрапозиции характеризуют логику натуральных текстов, представимых в виде матриц типа (14), имеющих длину n и размерность $m = 2$.

e	x	y	u
e_1	a	b	E
e_2	a	$\bar{b}$	E
e_3	$\bar{a}$	b	E
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
e_n	$\bar{a}$	$\bar{b}$	E

(14)

На практике каждый такой текст — это совокупность $E = \{e_1, e_2, e_3, ..., e_n\}$, состоящая из n попарно различимых объектов. В терминах баз данных это простейшая база данных. Помимо уникального имени (значения переменной e) и указания на принадлежность совокупности (единственный вариант E значений переменной u), каждый объект совокупности обладает также одним из двух свойств a, $\bar{a}$ (по переменной x) и одним из двух свойств b, $\bar{b}$ (по переменной y). Символы a, $\bar{a}$, b, $\bar{b}$, обозначающие эти свойства, фигурируют в приведенных выше строгой и нестрогой формах закона контрапозиции.

В социологических опросах натуральный текст (14) представляет результаты опроса выборки n респондентов $e_1, e_2, e_3, ..., e_n$ по анкете (фрагменту анкеты), содержащей вопросы e, x, y, u. Признак E — это имя обследуемой выборки. В других случаях (в том числе в других областях знания) объекты исследования $e_1, e_2, e_3, ..., e_n$ могут быть иными. Значения a, $\bar{a}$, b, $\bar{b}$ переменных x, y могут представлять, вообще говоря, любые мыслимые свойства объектов, как количественные, так и качественные.

Истинность строгого закона контрапозиции

Соглашение об индексе. Здесь и далее у величин, характеризующих метаматрицы и истинность высказываний, индекс m опущен, поскольку во всех рассматриваемых ниже случаях он принимает одно и то же значение $m = 2$.

Локальная метаматрица. Строгий закон контрапозиции действует в бесконечной по n совокупности локальных универсумов

$$U_n(\mathbf{C}) = \{s_1, s_2, s_3, ..., s_{N_n(\mathbf{C})}\}, \quad n = 1, 2, ... \quad , \tag{15}$$

где $s_1, s_2, s_3, ..., s_{N_n(\mathbf{C})}$ суть натуральные тексты вида (14) длины n. Далее мы увидим, что в действительности минимальное значение n не 1, а 2. Пусть $N_n(\mathbf{C})$ — объем локального универсума $U_n(\mathbf{C})$

(численность всевозможных натуральных текстов вида (14), имеющих длину n). Величина $N_n(\mathbf{C})$ как функция от n приведена в (18). Метаматрица локального универсума $U_n(\mathbf{C})$ имеет вид (16).

s	p	q	U
s_1	$\mathbf{A}$	$\mathbf{B}$	$U_n(\mathbf{C})$
s_2	$\mathbf{A}$	$\overline{\mathbf{B}}$	$U_n(\mathbf{C})$
s_3	$\overline{\mathbf{A}}$	$\mathbf{B}$	$U_n(\mathbf{C})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$s_{N_n(\mathbf{C})}$	$\overline{\mathbf{A}}$	$\overline{\mathbf{B}}$	$U_n(\mathbf{C})$

(16)

Конкретный вид метаматрицы (16) определяется девятью функциями от n, значения которых суть числа заполнения таблицы (17).

p	$N_n(\mathbf{B})$	$N_n(\overline{\mathbf{B}})$	$N_n(\mathbf{C})$
$\mathbf{A}$	$N_n(\mathbf{AB})$	$N_n(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}})$	$N_n(\mathbf{A})$
$\overline{\mathbf{A}}$	$N_n(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B})$	$N_n(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}})$	$N_n(\overline{\mathbf{A}})$
	$\mathbf{B}$	$\overline{\mathbf{B}}$	q

(17)

Применяя метод простых многогранников, можно независимо вычислить все девять указанных здесь функций от n, исходя только из конкретного содержания свойств $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ и общего вида натурального текста (14). Метод описан ниже. Там же даны примеры вычислений, ведущих к результату, который имеет вид:

$$\begin{cases} N_n(\mathbf{C}) = \dfrac{(n-1)(n^2+7n-6)}{6} = \dfrac{n^3}{6}\left[1+\dfrac{6}{n}-\dfrac{13}{n^2}+\dfrac{6}{n^3}\right]; \\ N_n(\mathbf{AB}) = N_n(\mathbf{B}) = N_n(\mathbf{A}) = \dfrac{n(n-1)}{2} = \dfrac{n^2}{2}\left[1-\dfrac{1}{n}\right]; \\ N_n(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{A}}) = \dfrac{(n-1)(n^2+4n-6)}{6} = \dfrac{n^3}{6}\left[1+\dfrac{3}{n}-\dfrac{10}{n^2}+\dfrac{6}{n^3}\right]; \\ N_n(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}) = 0. \end{cases} \tag{18}$$

Обратим внимание, что, согласно этому решению, для строгого закона контрапозиции локальные универсумы существуют только когда длина текста (14) $n \ge 2$. При $n = 1$ универсум не существует (соответственно, не может быть определена истинность высказывания, выражающего строгий закон).

Нетрудно проверить, что девять функций, составляющих решение (18), удовлетворяют семи соотношениям (19).

$$\begin{cases} N_n(\mathbf{AB}) + N_n(\mathbf{A\overline{B}}) + N_n(\mathbf{\overline{A}B}) + N_n(\mathbf{\overline{A}\overline{B}}) = N_n(\mathbf{C}) \\ N_n(\mathbf{AB}) + N_n(\mathbf{A\overline{B}}) = N_n(\mathbf{A}) \\ N_n(\mathbf{\overline{A}B}) + N_n(\mathbf{\overline{A}\overline{B}}) = N_n(\mathbf{\overline{A}}) \\ N_n(\mathbf{AB}) + N_n(\mathbf{\overline{A}B}) = N_n(\mathbf{B}) \\ N_n(\mathbf{A\overline{B}}) + N_n(\mathbf{\overline{A}\overline{B}}) = N_n(\mathbf{\overline{B}}) \\ N_n(\mathbf{A}) + N_n(\mathbf{\overline{A}}) = N_n(\mathbf{C}) \\ N_n(\mathbf{B}) + N_n(\mathbf{\overline{B}}) = N_n(\mathbf{C}) \end{cases} \qquad (19)$$

Эти соотношения представляют собой развернутую форму соотношений (5).

Кумулятивная метаматрица. Бесконечная последовательность локальных универсумов (15) строгого закона контрапозиции преобразуется в бесконечную по n последовательность кумулятивных универсумов, в которых действует этот закон:

$$\widehat{U}_n(\mathbf{C}) = \bigcup_{k=1}^{n} U_k(\mathbf{C}), \quad n = 1, 2, 3, ... \qquad (20)$$

Каждый кумулятивный универсум объединяет локальные универсумы $U_k(\mathbf{C})$, $k = 1,\ 2,\ 3, \ldots,\ n$ вида (15).

Метаматрица кумулятивного универсума $\widehat{U}_n(\mathbf{C})$ имеет вид (21):

s	p	q	$\widehat{U}$
s_1	$\mathbf{A}$	$\mathbf{B}$	$\widehat{U}_n(\mathbf{C})$
s_2	$\mathbf{A}$	$\mathbf{\overline{B}}$	$\widehat{U}_n(\mathbf{C})$
s_3	$\mathbf{\overline{A}}$	$\mathbf{B}$	$\widehat{U}_n(\mathbf{C})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$s_{\widehat{N}_n(\mathbf{C})}$	$\mathbf{\overline{A}}$	$\mathbf{\overline{B}}$	$\widehat{U}_n(\mathbf{C})$

(21)

Точный вид метаматрицы определяется девятью функциями, показанными в клетках таблицы (22):

p	$\widehat{N}_n(\mathbf{B})$	$\widehat{N}_n(\mathbf{\overline{B}})$	$\widehat{N}_n(\mathbf{C})$
$\mathbf{A}$	$\widehat{N}_n(\mathbf{AB})$	$\widehat{N}_n(\mathbf{A\overline{B}})$	$\widehat{N}_n(\mathbf{A})$
$\mathbf{\overline{A}}$	$\widehat{N}_n(\mathbf{\overline{A}B})$	$\widehat{N}_n(\mathbf{\overline{A}\overline{B}})$	$\widehat{N}_n(\mathbf{\overline{A}})$
	$\mathbf{B}$	$\mathbf{\overline{B}}$	q

(22)

Каждая из этих функций получается суммированием значений соответствующей функции в таблице (17) по всем длинам текстов от 1 до n (как показано в (10) в общем случае). Пользуясь решением (18) эти функции легко вычислить. Результат представлен в (23).

$$\begin{cases} \widehat{N}_n(\mathbf{C}) = \dfrac{n^4}{24}\left[1+\dfrac{10}{n}-\dfrac{13}{n^2}+\dfrac{2}{n^3}\right]; \\ \widehat{N}_n(\mathbf{AB}) = \widehat{N}_n(\mathbf{B}) = \widehat{N}_n(\mathbf{A}) = \dfrac{n^3}{6}\left[1-\dfrac{1}{n^2}\right]; \\ \widehat{N}_n(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}}) = \widehat{N}_n(\overline{\mathbf{B}}) = \widehat{N}_n(\overline{\mathbf{A}}) = \dfrac{n^4}{24}\left[1+\dfrac{6}{n}-\dfrac{13}{n^2}+\dfrac{6}{n^3}\right]; \\ \widehat{N}_n(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}}) = \widehat{N}_n(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}) = 0. \end{cases} \qquad (23)$$

Нетрудно проверить, что функции, указанные в решении (23), удовлетворяют соотношениям (19), где символ N везде следует заменить символом $\widehat{N}$.

При $n \to \infty$ кумулятивный универсум $\widehat{U}_n(\mathbf{C})$ стремится к глобальному универсуму строгого закона контрапозиции:

$$\lim_{n\to\infty} \widehat{U}_n(\mathbf{C}) = \lim_{n\to\infty} \bigcup_{k=1}^{n} U_k(\mathbf{C}) = \widehat{U}_\infty(\mathbf{C}). \qquad (24)$$

При этом кумулятивная метаматрица (21) стремится к глобальной метаматрице бесконечной длины. Согласно (23), длина кумулятивной метаматрицы при больших $n \to \infty$ растет по закону $n^4/24$.

Истинность строгого закона контрапозиции в глобальном универсуме характеризуется рядом истинности (см. (12)), все члены которого, как показывает решение (23), равны 1 при любом $n \geq 2$:

$$\widehat{A}_n(\mathbf{B} \to \mathbf{A}) = 1 - \widehat{\varepsilon}_n = \frac{\widehat{N}_n(\mathbf{AB})}{\widehat{N}_n(\mathbf{B})} = 1, \quad n = 2,3,4,... \qquad (25)$$

При $n = 1$, согласно решению (23), истинность не определена.

Строгий закон контрапозиции представляет собой логическую истину, поскольку, согласно (25), при любом $n \geq 2$ в кумулятивном универсуме $\widehat{U}_n(\mathbf{C})$ доля $\widehat{\varepsilon}_n$ контрпримеров равна нулю.

Истинность нестрогого закона контрапозиции

Локальная метаматрица. Нестрогий закон контрапозиции действует в бесконечной последовательности локальных универсумов

$$U_n = \{s_1, s_2, s_3, ..., s_{N_n}\}, \quad n = 1,\ 2,\ 3,... \qquad (26)$$

где $s_1, s_2, s_3, ..., s_{N_n}$ суть натуральные тексты вида (14) длины n. Объем N_n локального универсума U_n есть численность содержащихся в нем матриц вида (14). Вид функции N_n от n приведен ниже в (29). Локальная метаматрица нестрогого закона контрапозиции (метаматрица локального универсума U_n) имеет вид (27).

s	p	q	U
s_1	**A**	**B**	U_n
s_2	**A**	$\overline{\mathbf{B}}$	U_n
s_3	$\overline{\mathbf{A}}$	**B**	U_n
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
s_{N_n}	$\overline{\mathbf{A}}$	$\overline{\mathbf{B}}$	U_n

(27)

Конкретный вид метаматрицы (27) определяется девятью функциями от n, значения которых суть числа заполнения таблицы (28).

p	$N_n(\mathbf{B})$	$N_n(\overline{\mathbf{B}})$	N_n
A	$N_n(\mathbf{AB})$	$N_n(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}})$	$N_n(\mathbf{A})$
$\overline{\mathbf{A}}$	$N_n(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B})$	$N_n(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}})$	$N_n(\overline{\mathbf{A}})$
	B	$\overline{\mathbf{B}}$	q

(28)

Результат вычисления этих функций по методу простых многогранников имеет вид (29).

$$\begin{cases} N_n = \dfrac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6} = \dfrac{n^3}{6}\left[1+\dfrac{6}{n}+\dfrac{11}{n^2}+\dfrac{6}{n^3}\right]; \\ N_n(\mathbf{B}) = N_n(\mathbf{A}) = \dfrac{n(n+1)}{2} = \dfrac{n^2}{2}\left[1+\dfrac{1}{n}\right]; \\ N_n(\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{A}}) = \dfrac{(n+1)(n^2+2n+6)}{6} = \dfrac{n^3}{6}\left[1+\dfrac{3}{n}+\dfrac{8}{n^2}+\dfrac{6}{n^3}\right]; \\ N_n(\mathbf{AB}) = \dfrac{n(n-1)}{2} = \dfrac{n^2}{2}\left[1-\dfrac{1}{n}\right]; \\ N_n(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}) = n; \\ N_n(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}}) = \dfrac{(n^2+2)(n+3)}{6} = \dfrac{n^3}{6}\left[1+\dfrac{3}{n}+\dfrac{2}{n^2}+\dfrac{6}{n^3}\right]. \end{cases} \quad (29)$$

Девять функций, составляющих решение (29), удовлетворяют семи соотношениям (19), где $N_n(\mathbf{C})$ следует заменить на N_n.

При любом фиксированном n разность между объемами локальных универсумов нестрогого и строгого законов контрапозиции равна

$N_n - N_n(\mathbf{C}) = 4n$, а отношение объемов довольно быстро (как $1 - 24/n^2$) стремится к единице:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{N_n(\mathbf{C})}{N_n} = \lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{24n}{(n+1)(n+2)(n+3)}\right) = 1\,. \qquad (30)$$

Кумулятивная метаматрица. Бесконечная последовательность локальных универсумов (26) нестрогого закона контрапозиции преобразуется в бесконечную последовательность кумулятивных универсумов, в которых действует этот закон:

$$\widehat{U}_n = \bigcup_{k=1}^{n} U_k, \quad n = 1,\ 2,\ 3,... \qquad (31)$$

Каждый кумулятивный универсум $\widehat{U}_n$ объединяет локальные универсумы U_k, $k = 1,2,3,\ldots,n$ вида (26).

Кумулятивный универсум $\widehat{U}_n$ нестрогого закона контрапозиции представлен кумулятивной метаматрицей (32).

s	p	q	$\widehat{U}$
s_1	$\mathbf{A}$	$\mathbf{B}$	$\widehat{U}_n$
s_2	$\mathbf{A}$	$\overline{\mathbf{B}}$	$\widehat{U}_n$
s_3	$\overline{\mathbf{A}}$	$\mathbf{B}$	$\widehat{U}_n$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$s_{\widehat{N}_n}$	$\overline{\mathbf{A}}$	$\overline{\mathbf{B}}$	$\widehat{U}_n$

(32)

Точный вид кумулятивной метаматрицы (32) определяется девятью функциями, показанными в клетках таблицы (33).

p	$\widehat{N}_n(\mathbf{B})$	$\widehat{N}_n(\overline{\mathbf{B}})$	$\widehat{N}_n$
$\mathbf{A}$	$\widehat{N}_n(\mathbf{AB})$	$\widehat{N}_n(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}})$	$\widehat{N}_n(\mathbf{A})$
$\overline{\mathbf{A}}$	$\widehat{N}_n(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B})$	$\widehat{N}_n(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}})$	$\widehat{N}_n(\overline{\mathbf{A}})$
	$\mathbf{B}$	$\overline{\mathbf{B}}$	q

(33)

Чтобы найти эти функции, необходимо, согласно (10), просуммировать решение (29) по всем длинам текстов от 1 до n. Результат суммирования таков:

$$\begin{cases} \widehat{N}_n = \dfrac{n^4}{24}\left[1+\dfrac{10}{n}+\dfrac{35}{n^2}+\dfrac{50}{n^3}\right]; \\ \widehat{N}_n(\mathbf{B}) = N_n(\mathbf{A}) = \dfrac{n^3}{6}\left[1+\dfrac{3}{n}+\dfrac{2}{n^2}\right]; \\ \widehat{N}_n(\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{A}}) = \dfrac{n^4}{24}\left[1+\dfrac{6}{n}+\dfrac{23}{n^2}+\dfrac{42}{n^3}\right]; \\ \widehat{N}_n(\mathbf{AB}) = \dfrac{n^3}{6}\left[1-\dfrac{1}{n^2}\right]; \\ \widehat{N}_n(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}}) = \widehat{N}_n(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}) = \dfrac{n^2}{2}\left[1+\dfrac{1}{n}\right]; \\ N_n(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}}) = \dfrac{n^4}{24}\left[1+\dfrac{6}{n}+\dfrac{11}{n^2}+\dfrac{30}{n^3}\right]. \end{cases} \qquad (34)$$

Нетрудно проверить, что для функций, указанных в решении (34), выполняются соотношения (19) (в общем случае соотношения (5)), где символ N следует везде заменить на $\widehat{N}$, а $N_n(\mathbf{C})$ на $\widehat{N}_n$.

При $n \to \infty$ кумулятивный универсум $\widehat{U}_n$ стремится к глобальному универсуму нестрогого закона контрапозиции:

$$\lim_{n\to\infty} \widehat{U}_n = \widehat{U}_\infty . \qquad (35)$$

При этом кумулятивная метаматрица (32) стремится к глобальной метаматрице бесконечной длины. Согласно (34), длина кумулятивной метаматрицы при больших $n \to \infty$ растет по закону $n^4/24$.

При любом фиксированном n разность между объемами кумулятивных универсумов (длинами метаматриц) нестрогого и строгого законов контрапозиции равна $\widehat{N}_n - \widehat{N}_n(\mathbf{C}) = 2n(n+1)$, а отношение объемов довольно быстро (как $1-48/n^2$) стремится к единице:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\widehat{N}_n(\mathbf{C})}{\widehat{N}_n} = \lim_{n\to\infty}\left[1-\frac{48(n+1)}{n^3+10n^2+35n+50}\right] = 1 . \qquad (36)$$

Истинность нестрогого закона контрапозиции в глобальном универсуме характеризуется бесконечным рядом истинности (37), члены которого определяются функциями $\widehat{N}_n(\mathbf{AB})$, $\widehat{N}_n(\mathbf{B})$ из решения (34).

$$\widehat{A}_n(\mathbf{B}\to\mathbf{A}) = 1-\widehat{\varepsilon}_n = \frac{\widehat{N}_n(\mathbf{AB})}{\widehat{N}_n(\mathbf{B})} = 1-\frac{3}{n+2}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (37)$$

Все члены этого ряда строго меньше 1 при любом конечном $n \geq 1$. Это значит, что нестрогий закон контрапозиции ложен, так как в любом кумулятивном универсуме $\widehat{U}_n$ (при любом конечном n) доля $\widehat{\varepsilon}_n = 3/(n+2)$ контрпримеров, опровергающих высказывание «если $\mathbf{B}$, то $\mathbf{A}$», отлична от нуля. Тем не менее, когда n неограниченно растет, истинность (37) асимптотически стремится к единице, становясь равной единице в глобальном универсуме $\widehat{U}_\infty$:

$$\lim_{n\to\infty}(1-\widehat{\varepsilon}_n) = \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{3}{n+2}\right) = 1. \qquad (38)$$

Высказывание «если $\mathbf{B}$, то $\mathbf{A}$» — это пример асимптотически истинного высказывания. Будучи ложным, оно может представлять практический интерес, поскольку при достаточно больших n в кумулятивном универсуме $\widehat{U}_n$ частота контрпримеров, опровергающих его, исчезающе мала. Так, если $n = 1000000$, частота контрпримеров меньше, чем 1 на 300000.

Метод простых многогранников

Характеристический многогранник. При получении формул (18) и (29), описывающих структуру универсумов $U_n(\mathbf{C})$, U_n, использовался следующий примечательный факт: любое высказывание $\mathbf{X}$, характеризующее натуральный текст размерности $m = 2$ длины n определяет собой многогранник в четырехмерном пространстве неотрицательных целочисленных координат, который называется *характеристическим многогранником* (для заданного высказывания $\mathbf{X}$). Объем $N_n(\mathbf{X})$ локального универсума $U_n(\mathbf{X})$ текстов, обладающих свойством $\mathbf{X}$, равен количеству точек в характеристическом многограннике. Обратимся к примерам.

Пример 1. Простейший характеристический многогранник. Рассмотрим универсум

$$U_n = \{s_1, s_2, s_3, ..., s_{N_n}\}, \qquad (39)$$

где $s_1, s_2, s_3, ..., s_{N_n}$ суть все натуральные тексты вида (40) заданной длины n.

e	x	y	u
e_1	a	b	E
e_2	a	$\bar{b}$	E
e_3	$\bar{a}$	b	E
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
e_n	$\bar{a}$	$\bar{b}$	E

(40)

Это универсум высказывания «натуральный текст вида (40) заданной длины n». При фиксированном n любая матрица вида (40) однозначно определяется четырьмя числами заполнения в таблице (41), каждое из которых задает в матрице (40) численность строк с определенным сочетанием значений переменных (x, y).

x			
a	n_1	n_2	
$\bar{a}$	n_3	n_4	
	b	$\bar{b}$	y

(41)

Так n_1 — число строк типа (a,b) в матрице (40), n_2 — число строк типа $(a,\bar{b})$, n_3 — число строк типа $(\bar{a},b)$, n_4 — число строк типа $(\bar{a},\bar{b})$. Числа n_1, n_2, n_3, n_4 неотрицательны. Их сумма равна n:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n\ . \tag{42}$$

Если считать $n \geq 1$ фиксированным, это уравнение четырехмерной плоскости в пространстве неотрицательных целочисленных координат n_1, n_2, n_3, n_4. Оно определяет сечение четырехмерного куба, имеющего ребра длины n. Точки этого сечения представляют собой многогранник. Он выпуклый в том смысле, что отрезок прямой, соединяющий любые две его точки, содержит только те точки с целочисленными координатами, которые принадлежат этому многограннику. Это пример простейшего характеристического многогранника. Любая его точка определяет собой какой-то один натуральный текст вида (40). По любой точке многогранника (42) натуральный текст (40) восстанавливается однозначно (с точностью до порядка строк и представления значений переменных e, u).

В совокупности точки многогранника (42) определяют локальный универсум U_n, включающий все существующие в природе варианты $s_1, s_2, s_3, ..., s_{N_n}$ натуральных текстов вида (40). Задача «найти объем N_n универсума U_n как функцию от n» свелась к нахождению хорошо известного числа решений в неотрицательных целых числах уравнения (42) (см. ниже формулу (52) и пояснительный текст к ней).

Пример 2. Рассмотрим универсум высказывания **C** «a, $\bar{a}$, b, $\bar{b}$ существуют»

$$U_n(\mathbf{C}) = \{s_1, s_2, s_3, ..., s_{N_n(\mathbf{C})}\}\ , \tag{43}$$

где $s_1, s_2, s_3, ..., s_{N_n(\mathbf{C})}$ суть натуральные тексты вида (40). Он описывается более сложным характеристическим многогранником, который представлен системой ограничений (44).

$$\begin{cases} n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n \\ n(a) = n_1 + n_2 \ge 1 \\ n(\bar{a}) = n_3 + n_4 \ge 1 \\ n(b) = n_1 + n_3 \ge 1 \\ n(\bar{b}) = n_2 + n_4 \ge 1 \end{cases} \tag{44}$$

Неравенства, указывающие на неотрицательность чисел n_1, n_2, n_3, n_4, здесь, как и в (42), опущены. По умолчанию предполагается, что они выполнены. Многогранник (44) получается добавлением в многогранник (42) четырех неравенств, которые эквивалентны высказыванию **C** «a, $\bar{a}$, b, $\bar{b}$ существуют». Объем этого многогранника вычисляется по приведенной ниже формуле (55).

Вычислительная проблема. Отыскание объема универсума для произвольного высказывания сводится к решению задачи: задан характеристический многогранник, требуется вычислить его объем.

Соглашение об обозначениях. Условимся произвольное *положительное* целое число отмечать точкой над символом числа, а отсутствие точки понимать как указание на то, что число *неотрицательное*. Например, символ $\dot{n}_1$ означает произвольное положительное целое число, удовлетворяющее неравенству $\dot{n}_1 \ge 1$ (значение ноль запрещено). Без точки тот же символ n_1 означает неотрицательное целое число, удовлетворяющее неравенству $n_1 \ge 0$ (значение ноль разрешено).

Вычислительная идея метода. Идея метода простых многогранников состоит в том, чтобы разложить заданный характеристический многогранник на не пересекающиеся так называемые *простые многогранники*, объемы которых известны, а затем вычислять объем заданного характеристического многогранника как сумму объемов простых многогранников. «Простым» считается многогранник типа

$$\dot{n}_1 + \dot{n}_2 + \ldots + \dot{n}_l + n_{l+1} + \ldots + n_r = n\,, \tag{45}$$

где n — фиксированное целое положительное число. Среди r слагаемых, сумма которых дает это число, имеется ровно l ($l \le r$) *положительных* (они помечены точкой). Остальные $r - l$ слагаемых *неотрицательны* (их символы точкой не помечены).

Объем простого многогранника. При заданных целых числах n, r, l, изменяющихся в диапазонах $n \ge 1$, $r \ge 1$, $0 \le l \le \boldsymbol{min}\{r, n\}$, объем простого многогранника (45) равен значению функции $\varphi_n(r,l)$, которая определяется как число сочетаний из $n + r - l - 1$ по $r - 1$:

$$\varphi_n(r,l)=\binom{n+r-l-1}{r-1}=\frac{(n+r-l-1)!}{(r-1)!(n-l)!}. \qquad (46)$$

Если $l>n$, функция $\varphi_n(r,l)=0$. При неизменных r, l порядок, в котором l чисел с точкой распределены среди r слагаемых, может быть любым, не обязательно таким, как указан в (45). Величина $\varphi_n(r,l)$ не зависит от этого порядка.

Доказательство. При $l=r$ точки многогранника (45) представляют всевозможные разложения целого положительного числа n в сумму r *положительных* слагаемых. Справедливость формулы (46) в этом случае вытекает из общеизвестных соображений. При $r>n$ количество таких разложений, очевидно, равно нулю. Если $r\le n$, количество разложений указанного типа равно числу способов распределить $r-1$ границ по $n-1$ промежуткам между выстроенными в линию n единицами, то есть числу сочетаний из $n-1$ по $r-1$, что совпадает с формулой (46), если в ней положить $l=r$. Таким образом, будем считать, что формула для $\varphi_n(r,r)$ доказана:

$$\varphi_n(r,r)=\binom{n-1}{r-1}=\frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!}. \qquad (47)$$

Обратимся теперь к случаю, когда $l\ne r$.

Добавим в левую и правую части (45) по $r-l$ единиц. Получим тот же многогранник в другой форме:

$$\dot n_1+\dot n_2+\ldots+\dot n_l+(n_{l+1}+1)+\ldots+(n_r+1)=n+r-l. \qquad (48)$$

Введем обозначения

$$\begin{cases} n_{l+1}+1=\dot n'_{l+1}, \\ n_{l+2}+1=\dot n'_{l+2}, \\ \cdots \\ n_r+1=\dot n'_r. \end{cases} \qquad (49)$$

С их помощью перепишем многогранник (48) в виде

$$\dot n_1+\dot n_2+\ldots+\dot n_l+\dot n'_{l+1}+\dot n'_{l+2}+\ldots+\dot n'_r=n+r-l. \qquad (50)$$

По формуле (47) объем $\varphi_{n+r-l}(r,r)$ этого многогранника равен

$$\varphi_{n+r-l}(r,r)=\binom{n+r-l-1}{r-1}=\frac{(n+r-l-1)!}{(r-1)!(n-l)!}, \qquad (51)$$

если $l\le n$. При $l>n$ этот объем равен нулю.

Преобразования, приведшие к многограннику (50), сохраняют взаимно однозначное соответствие между его точками и точками исходного многогранника (45). Следовательно, многогранники (45) и (50) имеют одинаковые объемы: $\varphi_n(r,l)=\varphi_{n+r-l}(r,r)$. Отсюда с учетом (51) следует формула (46).

Преобразования, заданные формулами (48), (49), переводящие многогранник (45) в многогранник (50), гарантируют выполнение равенства $\varphi_n(r,l)=\varphi_{n+r-l}(r,r)$ при любом распределении l чисел с точкой среди r слагаемых в разложении (45). Отсюда следует, что величина $\varphi_n(r,l)$ не зависит от порядка, в каком положительные (помеченные точкой) слагаемые распределены среди r слагаемых. Этим завершается доказательство.

Примеры применения метода

Умея находить объем $\varphi_n(r,l)$ простого многогранника при заданных n, r, l, мы получаем возможность вычислять объемы универсумов в тех случаях, когда характеристические многогранники этих универсумов допускают разложение на простые многогранники вида (45). Рассмотрим несколько примеров применения метода. Примеры относятся к вычислениям, результаты которых приведены в формулах (18) и (29), описывающих структуру универсумов $U_n(\mathbf{C})$, U_n.

Пример 1. Задача. Найти объем N_n универсума U_n, заданного характеристическим многогранником (42).

Решение. Многогранник (42) простой, он совпадает с многогранником (45) при $r=4$, $l=0$, откуда

$$N_n=\varphi_n(4,0)=\binom{n+3}{3}=\frac{(n+3)!}{3!n!}=\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6} \qquad (52)$$

Эта величина приведена в (29).

Пример 2. Задача. Найти объем $N_n(\mathbf{C})$ универсума $U_n(\mathbf{C})$, заданного характеристическим многогранником (44).

Решение. Характеристический многогранник (44) не относится к простым. Но, как несложно проверить, он распадается на три простых непересекающихся многогранника 1, 2, 3:

$$1)\, n_1+\dot{n}_2+\dot{n}_3=n; \quad 2)\, \dot{n}_2+\dot{n}_3+\dot{n}_4=n; \quad 3)\, \dot{n}_1+n_2+n_3+\dot{n}_4=n\,. \qquad (53)$$

Отсюда видно, что искомый объем $N_n(\mathbf{C})$ локального универсума $U_n(\mathbf{C})$ представляет собой сумму

$$N_n(\mathbf{C})=\varphi_n(3,2)+\varphi_n(3,3)+\varphi_n(4,2)\,. \qquad (54)$$

Подставляя сюда значения функции $\varphi_n(r,l)$, определяемые формулой (46) при соответствующих значениях r, l, находим окончательный результат:

$$N_n(\mathbf{C}) = \frac{(n-1)(n^2+7n-6)}{6}. \qquad (55)$$

Это объем универсума высказывания **C** «a, $\overline{a}$, b, $\overline{b}$ существуют». Он указан выше в составе решения (18).

Пример 3. Задача. Найти число натуральных текстов $N_n(\mathbf{AB})$ в универсуме $U_n(\mathbf{C})$, обладающих свойствами **A**, **B**.

Решение. Суждения **A** «все b суть a» и **B** «все $\overline{a}$ суть $\overline{b}$» равносильны выполнению двух равенств (56)

$$\boldsymbol{A}_n(b \to a) = \frac{n_1}{n_1+n_3} = 1; \quad \boldsymbol{A}_n(\overline{a} \to \overline{b}) = \frac{n_4}{n_3+n_4} = 1. \qquad (56)$$

Соотношения (56) эквивалентны трем ограничениям $n_3 = 0$, $n_1 \geq 1$, $n_4 \geq 1$ на числа n_1, n_3, n_4. Дополним этими ограничениями многогранник (44), которым определяется универсум $U_n(\mathbf{C})$. После несложных преобразований получаем следующий характеристический многогранник:

$$\dot{n}_1 + n_2 + \dot{n}_4 = n. \qquad (57)$$

Это простой многогранник, совпадающий с (45) при $r = 3$, $l = 2$, откуда, с учетом (46), находим

$$N_n(\mathbf{AB}) = \varphi_n(3{,}2) = \frac{n(n-1)}{2}. \qquad (58)$$

Этот результат входит составной частью в решение (18), описывающее структуру универсума строгого закона контрапозиции.

Схема получения решений (18) и (29). Чтобы получить решение (18) в полном объеме, нужно, действуя указанным образом, написать характеристические многогранники для универсумов всех высказываний, участвующих в формировании структуры метаматрицы строгого закона контрапозиции, и затем выразить их объемы через значения функции $\varphi_n(r,l)$. Результат таков:

$$\begin{cases} N_n(\mathbf{C}) = \varphi_n(3{,}2) + \varphi_n(3{,}3) + \varphi_n(4{,}2); \\ N_n(\mathbf{AB}) = N_n(\mathbf{B}) = N_n(\mathbf{A}) = \varphi_n(3{,}2); \\ N_n(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{A}}) = \varphi_n(3{,}3) + \varphi_n(4{,}2); \\ N_n(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}) = 0. \end{cases} \qquad (59)$$

Аналогично следует поступить, чтобы получить решение (29).

Выраженное через значения функции $\varphi_n(r,l)$, это решение имеет вид:

$$\begin{cases} N_n = \varphi_n(4{,}0); \\ N_n(\mathbf{B}) = N_n(\mathbf{A}) = \varphi_n(1{,}1) + \varphi_n(2{,}2) + \varphi_n(3{,}2); \\ N_n(\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{A}}) = 3\varphi_n(1{,}1) + 3\varphi_n(2{,}2) + \varphi_n(3{,}3) + \varphi_n(4{,}2); \\ N_n(\mathbf{AB}) = \varphi_n(3{,}2); \\ N_n(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}) = \varphi_n(1{,}1) + \varphi_n(2{,}2); \\ N_n(\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}}) = 2\varphi_n(1{,}1) + 2\varphi_n(2{,}2) + \varphi_n(3{,}3) + \varphi_n(4{,}2). \end{cases} \tag{60}$$

Фигурирующие в (59) и (60) частные случаи функции $\varphi_n(r,l)$ указаны в (61). Все они представляют собой варианты конкретизации формулы (46) при различных значениях параметров r, l:

$$\begin{cases} \varphi_n(1{,}1) = 1; \\ \varphi_n(2{,}2) = n - 1; \\ \varphi_n(3{,}2) = \dfrac{n(n-1)}{2}; \\ \varphi_n(3{,}3) = \dfrac{(n-1)(n-2)}{2}; \\ \varphi_n(4{,}0) = \dfrac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6}; \\ \varphi_n(4{,}2) = \dfrac{n(n^2-1)}{6}. \end{cases} \tag{61}$$

Подставив их в (59), (60) получим решения (18) и (29).

Замечание относительно размерности текстов. Метод простых многогранников применим при любой размерности r пространства, где определен характеристический многогранник. Величина r зависит от размерности текстов, представленных точками многогранника. Если все переменные бинарные, $r = 2^m$. Например, для силлогизмов Аристотеля [6, 19] (как и для неаристотелевских силлогизмов, исследованных в работах [1, 7]) размерность текстов равна $m = 3$, а размерность характеристического многогранника равна $2^3 = 8$.

Основные результаты

Параметризация универсума. Глобальный универсум $\widehat{U}_{m,\infty}$ натуральных текстов размерности m, где действует то или иное высказывание, выражающее гипотетический или установленный логический закон, допускает параметрическое представление. Параметром служит длина текста n. Более точно: глобальный универсум $\widehat{U}_{m,\infty}$ представляет собой предел, к которому стремится объединение всех локальных универсумов последовательности $U_{m,1}, U_{m,2}, U_{m,3}, \ldots, U_{m,n}$ при $n \to \infty$. Структура любого локального универсума этой последовательности может быть вычислена при любом конечном n.

Метод простых многогранников. Предложен метод простых многогранников. Он позволяет вычислять структуру универсумов и истинность высказываний в них. Метод применим в случаях, когда характеристический многогранник универсума допускает разложение на простые многогранники типа (45). В частности, он применим для высказываний, в которых используются классические кванторы всеобщности (все … суть …) и существования (некоторые … суть …).

Объемы универсумов. В кумулятивном универсуме $\widehat{U}_{2,n}$ с ростом n количество текстов растет как $n^4/24$ (см. (34)). При $n \to \infty$ это число стремится к объему глобального универсума всех возможных текстов вида (14) произвольной длины.

Истинность высказываний. В глобальном универсуме истинность всякого высказывания, описывающего гипотетический или установленный логический закон, представима в виде бесконечного ряда $1-\widehat{\varepsilon}_{m,n}$, $n=1, 2, 3, \ldots$, где $\widehat{\varepsilon}_{m,n}$ — доля контрпримеров, опровергающих высказывание в кумулятивном универсуме $\widehat{U}_{m,n}$ текстов размерности m, имеющих длину от 1 до n. Чтобы высказывание было истинным, необходимо и достаточно выполнения равенства $\widehat{\varepsilon}_{m,n}=0$ при любом n. Если существует хотя бы один универсум $\widehat{U}_{m,n}$, где доля контрпримеров $\widehat{\varepsilon}_{m,n}>0$, высказывание ложное. Ряд истинности можно вычислить, опираясь на метод простых многогранников. Высказывание «пусть a, $\overline{a}$, b, $\overline{b}$ существуют; тогда если все $\overline{a}$ суть $\overline{b}$, то все b суть a», выражающее строгий закон контрапозиции, это пример истинного высказывания. Для него, согласно (25), ряд истинности имеет вид $1-\widehat{\varepsilon}_n=1$, $n=2,3,4,\ldots$. При любом n доля контрпримеров $\widehat{\varepsilon}_n=0$ (индекс $m=2$ опущен).

Асимптотически истинные высказывания. Существуют ложные высказывания, истинность которых стремится к единице при $n \to \infty$: $\lim\limits_{n\to\infty}(1-\widehat{\varepsilon}_{m,n})=1$. Такие высказывания называются асимптотически истинными. Они могут быть полезны на практике, поскольку частота контрпримеров для них при достаточно больших n чрезвычайно мала. Высказывание «если все $\overline{a}$ суть $\overline{b}$, то все b суть a», выражающее нестрогий закон контрапозиции, это пример асимптотически истинного высказывания. Для него, как показано в (38), $\lim\limits_{n\to\infty}(1-\hat{\varepsilon}_n)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{3}{n+2}\right)=1$ (индекс $m=2$ опущен).

Обсуждение

Границы применимости метода. Идея, что каждому свойству текстов в универсуме соответствует характеристический многогранник, объем которого равен количеству различных текстов в универсуме, обладающих данным свойством, имеет общий характер. Но предложенная в этой работе техника вычисления объемов многогранников с помощью определяемой равенством (46) функции $\varphi_n(r,l)$ применима не всегда. В следующей ниже таблице приведены четыре квантифицирующих суждения Аристотеля, обозначаемые в средневековой традиции символами $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{o}$.

Квантифицирующее суждение по Аристотелю	Эквивалентное суждение о точности правила $b\to a$
$\boldsymbol{a}$. Все b суть a	$\boldsymbol{A}(b\to a)=1$
$\boldsymbol{e}$. Ни одно b не есть a	$\boldsymbol{A}(b\to a)=0$
$\boldsymbol{i}$. Некоторые b суть a	$\boldsymbol{A}(b\to a)\in(0,1]$
$\boldsymbol{o}$. Некоторые b не суть a	$\boldsymbol{A}(b\to a)\in[0,1)$

Когда свойства текстов, фигурирующие в высказываниях, сформулированы с помощью четырех приведенных здесь квантифицирующих суждений (либо с помощью кванторов всеобщности $\forall$, существования $\exists$ и их отрицаний), техника вычисления объемов многогранников с помощью функции $\varphi_n(r,l)$ успешно работает. Но в случаях, когда свойства текстов задаются с помощью неклассических суждений типа «$\mu_-\le\boldsymbol{A}(b\to a)\le\mu_+$, где $0\le\mu_-\le\mu_+\le 1$», требуются более изощренные методы; их создание — дело будущего.

Математические основания. Математические основания логики натуральных текстов лежат вне парадигматики современной математической логики. Это не случайно. С моей точки зрения эта ветвь математики к логике имеет лишь косвенное отношение. То, что в ней происходит, это не просто крах оснований. Это финал интеллектуальной катастрофы, обескровившей и уничтожившей на протяжении прошедшего столетия огромный интеллектуальный потенциал. Катастрофа была в свое время предсказана Анри Пуанкаре (1854-1912). В начале 20 века, когда математическая логика под именем логистики переживала период становления оснований, он писал в книге «Наука и метод» [8]: «Как бы там ни было, логистика должна быть переделана, и неизвестно, что в ней может быть спасено. Бесполезно прибавлять, что на карту поставлены только канторизм и логистика. Истинные математические науки, т. е. те, которые чему-нибудь служат, могут продолжать свое развитие согласно свойственным им принципам, не заботясь о тех бурях, которые бушуют вне их; они будут шаг за шагом делать свои завоевания, которые являются окончательными и от которых им никогда не будет нужды отказываться». Этим словам Пуанкаре предпослал внятное обозначение своей позиции относительно связи математики с природой: «Эта наука [математика. — *С.Ч.*] не имеет единственной целью вечное созерцание своего собственного пупа; она приближается к природе, и раньше или позже она придет с ней в соприкосновение; в этот момент необходимо будет отбросить чисто словесные определения, которыми нельзя будет более довольствоваться».

Структура универсумов, представленная численностями строк метаматриц в (18), (23), (29), (34), это структура математической меры — аддитивной функции множеств. В теории универсумов натуральных текстов действуют те же аксиомы, что и в математической теории меры и в ее частном ответвлении — теории вероятностей [9].

Техника вычислений, позволившая в приближении двузначной логики обобщить силлогистику Аристотеля на случаи, когда для оценки точности правил используются неклассические суждения типа «$\mu_- \le A(b \to a) \le \mu_+$, где $0 \le \mu_- \le \mu_+ \le 1$», предложена в работах [1, 3, 7]. Формально это поиск экстремумов дробно-линейных функций специального вида на характеристических многогранниках (аналогичных рассмотренным в этой работе). Основой для решения таких задач служат идеи теории линейного программирования, развитой Л.В. Канторовичем (1912–1986) [10,11] и его последователями [12].

Выше при подсчете объемов характеристических многогранников была использована функция $\varphi_n(r,l)$, определяемая равенством (46). Ее происхождение комбинаторное. Не может быть сомнений в том, что методы прямого вычисления истинности высказываний, которые предстоит развить, будут существенно опираться на подходы, выработанные в области комбинаторного анализа.

Истинность не должна зависеть от обозначений. Например, истинность высказываний «если ($\mathbf{B}$) все $\bar{a}$ суть $\bar{b}$, то ($\mathbf{A}$) все b суть a» и «если ($\mathbf{B}'$) все $\bar{b}$ суть $\bar{a}$, то ($\mathbf{A}'$) все a суть b» одинакова. Для любого высказывания существует группа преобразований симметрии, оставляющих инвариантной его истинность. Зная такую группу, можно экономить на вычислениях. Скажем, найдя $N_n(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}})$, можно не вычислять $N_n(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B})$, поскольку из соображений симметрии $N_n(\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}}) = N_n(\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B})$. Это значит, что в перспективе в логике натуральных текстов наряду с методами комбинаторного анализа большую роль будут играть методы теории групп.

Многозначная и двузначная логика. Истинность $1-\varepsilon_n$ произвольного высказывания (ε_n — доля контрпримеров) может в принципе принимать любые значения от 0 до 1. Это значит, что логика натуральных текстов с самого начала многозначная, а не двузначная.

В рамках двузначной логики высказывания принято характеризовать истинностью, принимающей только два значения: 1 (истина) либо 0 (ложь). Если высказывание истинное, контрпримеров не существует. Если высказывание ложное, существует минимум один контрпример. Вопрос о доле контрпримеров, существующих в универсуме, в двузначной логике не ставится.

В многозначной логике, как и в двузначной, истинность любого истинного высказывания равна 1 во всех существующих для этого высказывания локальных и кумулятивных универсумах, а также в глобальном универсуме. Но спектр значений истинности для ложных высказываний занимает полуинтервал [0, 1). Если в двузначной логике истинность ложных высказываний характеризуется одним числом 0, в многозначной логике это может быть любое число от нуля до чисел, сколь угодно близких к единице (исключая само число 1).

Более того, как показано выше, существуют асимптотически истинные высказывания, которые в глобальном универсуме имеют истинность, в точности равную 1, хотя во всех конечных локальных универсумах их истинность строго меньше единицы. С позиций двузначной логики такие высказывания неотличимы от других ложных высказываний. А в многозначной логике натуральных текстов такие высказывания могут быть обнаружены, и риск столкнуться при их использовании с противоречием получает точное количественное выражение. В частности, он может быть пренебрежимо мал.

Одним из первых концепцию многозначной логики выдвинул Ян Лукасевич [13, 14]. Однако он и его многочисленные последователи рассматривали возможность промежуточных между нулем и единицей значений истинности как постулат, а не как следствие структуры универсума. По формальной вычислительной сути ближе всего к предлагаемым здесь способам вычисления истинности приемы оценивания правдоподобия, описанные Д. Пойа во втором томе его замечательной книги [5] (там же приведена библиография его работ по этой теме). Но, рассматривая совокупности частных примеров, Пойа не исследовал структуры универсумов.

Предельные объемы универсумов. Выше показано, что для высказываний, представляющих закон контрапозиции, объем глобального универсума всех возможных натуральных текстов вида (14) произвольной длины может рассматриваться как предел величины $n^4/24$ при $n \to \infty$. Этот предел — бесконечность. В этой связи возникает вопрос: существует ли некое большое число, такое, что оперирование превышающими его числами лишено физического смысла? Его поставил Эмиль Борель (1871-1956) в книге «Вероятность и достоверность» [15]. Он показал, что такое число существует и имеет порядок 10^{200}.

Аргументы Бореля (с небольшой, не изменяющей их сути поправкой на современные представления о размерах и возрасте Вселенной) следующие. При скорости $3 \cdot 10^8$ *м/сек* свет во Вселенной от Земли до самых удаленных из поддающихся обнаружению объектов идет около пятнадцати миллиардов ($15 \cdot 10^9$) лет, проходя путь $1{,}4 \cdot 10^{26}\,м$. Куб этой величины есть предельно большой объем $\Delta V = 3 \cdot 10^{78}\,м^3$ доступной нам части Вселенной в кубических метрах. С превышением примем его равным $\Delta V = 10^{79}\,м^3$. Теперь выразим эту величину в настолько малых единицах Δv, что внутри объема, занятого одной такой единицей, никакими приборами нельзя различить какие бы то ни было пространственные неоднородности, которые могли бы считаться пространственно разделенными событиями. Примем в качестве Δv куб линейного расстояния $10^{-20}\,м$ (для сравнения: размер атомного ядра $10^{-15}\,м$, размер атома $10^{-10}\,м$), то есть величину $\Delta v = 10^{-60}\,м^3$. В таких единицах объем доступной нам части Вселенной равен $\frac{\Delta V}{\Delta v} = 10^{139}$. Добавим 11 порядков и примем в качестве максимальной оценки этого объема величину $\frac{\Delta V}{\Delta v} = 10^{150}$.

Возраст Вселенной с запасом примем равным тремстам миллиардам лет, что в двадцать раз превышает современные оценки возраста Вселенной (около 15 миллиардов лет) и по порядку величины составляет $\Delta T = 10^{19}\,сек$. Чтобы исключить преуменьшение продолжительности этого периода, увеличим это число еще в сто миллиардов раз, принимая в качестве оценки возраста Вселенной величину $\Delta T = 10^{30}\,сек$. Напротив, предельно малый период времени примем равным $\Delta t = 10^{-20}\,сек$. Это настолько краткое мгновение, что в его пределах никакими приборами нельзя зарегистрировать каких-либо временных неоднородностей, которые могли бы считаться разделенными во времени событиями. История Вселенной включает не более $\frac{\Delta T}{\Delta t} = 10^{50}$ таких мгновений. А полное количество элементарных событий в обозримой истории доступного нам объема Вселенной не превышает величины $\frac{\Delta V}{\Delta v} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} = 10^{150} \cdot 10^{50} = 10^{200}$.

Заметим, что система из всего 1000 элементов, каждый из которых может находиться в одном из двух состояний, обладает числом состояний $2^{1000} > 10^{300}$, что на 100 порядков больше числа 10^{200}.

Таким образом, предположение, что объемы универсумов высказываний в действительности не бесконечны, имеет под собой физические основания. Но его оправданность зависит от ответа на относящийся к натуральной философии вопрос: существуют ли натуральные тексты в окружающем мире или это всего лишь удобный плод человеческого воображения?

Сопутствующие вопросы натуральной философии

Все сказанное ниже относится к философии натуральных текстов.

Природа математики. Точки и линии геометрических чертежей угадываются за видимыми скоплениями молекул красителей, но сами они невидимы, недоступны восприятию. Имитирующая материя должна быть мысленно полностью устранена, чтобы обнаружились ненаблюдаемые формы, изучение которых приводит к геометрии, к точным представлениям о строении и свойствах пространства-времени.

Арифметическая единица, как символ единого, квант формы материальных объектов, дает начало арифметике. Подобно геометрическим точкам и линиям, единица также ненаблюдаема, наблюдаемо только ее содержимое. Лишь оперируя воспринимаемым символом арифметической единицы, представляющим квант формы со стандартным содержанием, разум получает возможность развивать арифметику.

Вопрос о бытийном статусе форм (существуют или не существуют?) один из древнейших. Это вопрос о природе математики. Что такое математика: исключительно плод ума или физика реально существующих в мироздании нематериальных форм?

По моему опыту, для большинства современных продуктивно работающих профессиональных физиков и математиков поставленная так проблема происхождения математики если и интересна с философской точки зрения, то не воспринимается как значимая для повседневной исследовательской практики точных наук. Представители сообщества тех, для кого ответ на вопрос о бытийном статусе форм, дающих начало геометрии и арифметике, служил ориентиром в повседневной научной работе, знакомы мне больше по оставленным ими следам в культуре, что, не скрою, помогает жить и работать. Такое ощущение, что все, кто серьезно относился к этому вопросу, вымерли (буду рад, если ошибаюсь). В книге «Математика. Утрата определенности» Морис Клайн [16] собрал суждения некоторых из них по этому поводу. По мнению одних, формы — плод разума, а математика — «игра в бисер» по метафоре Германа Гессе [17]. Мне ближе те, кто считает формы, дающие начало математике, объективной реальностью. Так, Шарль Эрмит (1822–1901) в письме к Томасу Яну

Стилтьесу (1856–1894) писал: «Я убежден в том, что числа и функции анализа не являются произвольным продуктом нашего духа. Я верю, что они лежат вне нас с той же необходимостью, как предметы объективной реальности, а мы обнаруживаем или открываем и исследуем их так же, как это делают физики, химики и зоологи» (цит. по [16]).

Многолетние исследования в области, если можно так выразиться, физики натуральных текстов («физики Логоса») заставляют меня думать, что такие разделы математики, как арифметика, логика, теория вероятности и теория конечных множеств, суть разные проекции физики форм, представляющих натуральные тексты. Благодаря существованию подобных форм мир доступен восприятию, в нем возможны такие явления, как язык, мышление, взаимодействие через диалог.

Атомы Платона и натуральные тексты. Есть, по-моему, замечательный факт, не выводимый из других фактов либо положений современной физики и биологии. Он лежит в основе натурального счета и дает возможность связать мир форм и натуральные тексты. Всякий раз, применяя натуральный счет, наше сознание демонстрирует способность воспринимаемое содержимое любой части пространства-времени представить в виде целостного образа. Назовем его *атомом Платона*, для краткости *платоном*. Платон неделим, у него нет частей. Платон имеет форму, — ее символом служит единица натурального ряда чисел. Он также имеет содержание, «вложенное в форму», оно дает имя платону. Любая *часть* области пространства-времени, представленной платоном, сама представляет *другой* платон. В мире атомов Платона отношение *часть-целое* не требует дробления платонов. Часть существует не «внутри» целого, а наряду с ним. Любой образ мира обладает принципиальной двойственностью: он дан как единственный неделимый платон, и вместе с тем как совокупность других платонов, входящих с ним в отношение «часть-целое». В диалоге Платона «Парменид» [18] эту двойственность обсуждают в качестве литературных персонажей сначала Парменид и Сократ, затем Парменид и юный Аристотель[1]. Два платона могут быть либо физически одинаковы, либо физически различны, иного не дано, это обусловлено их принципиальной неделимостью.

С помощью платонов, имеющих определенное физическое содержание, формируются все образы мира. Как это делается в двумерном исполнении, мы можем наблюдать ежедневно, глядя на экран телевизора или компьютерного монитора. На подобную плотной

[1] По мнению исследователей, наиболее вероятный собеседник Парменида не знаменитый Аристотель Стагирит, автор силлогистики, родившийся в 384 г. до н. э., а живший без малого за сто лет до него другой Аристотель, ровесник Сократа, государственный деятель, бывший одним из 30 тиранов после олигархического переворота в Афинах в 404 г. до н. э.

мозаике сеть платонов экрана монитора накладываются другие платоны — пиксели, формирующие изображение. Сменяя друг друга с частотой несколько десятков платонов в секунду, они создают поток образов на экране.

В отличие от физических атомов материи атомы формы, платоны, вообще говоря, не несут в себе идею минимальности пространственных размеров. Платоном может быть все — от Вселенной и Метагалактики до булавочной головки, от «черной дыры» до кварка. Идея атома формы — это идея познаваемости мира. Но применительно к происходящему на экране монитора платоны ассоциируются с микроскопически малыми точками экрана, содержание которых формирует мозаичную картину сменяющих друг друга образов. По всей видимости, существуют также и «платоны четырехмерной мозаики», представляющие реальное пространство-время, элементарные не только в смысле целостности (как любой платон), но и в том смысле, что не существует других платонов, которые могли бы на положении части входить с ними в отношение «часть-целое». Количество таких «платонов мозаики», достаточное, чтобы в четырехмерном пространстве-времени сформировать максимально детально всю историю Вселенной, оценил, как сказано выше, Эмиль Борель. Оно не превышает числа 10^{200}.

Поток платонов четырехмерной мозаики, необходимых, чтобы в течение одной секунды предельно детально формировать образы мира, заключенные в некоторой области ΔV трехмерного пространства, может быть оценен способом, который указал Борель. Оценки величин этого потока для разных областей пространства, измеряемые количеством платонов в секунду ($пт / сек$), приведены в следующей таблице.

Область пространства ΔV	**Поток платонов** ($пт / сек$)
Солнечная система, шар радиусом $6 \cdot 10^{12}$ $м$	10^{119}
Земля, шар радиусом $6{,}4 \cdot 10^{6}\, м$	10^{101}
Биосфера, радиус $6{,}4 \cdot 10^{6}\, м$, толщина 100 *км*	$5 \cdot 10^{99}$
Содержимое одного кубического метра	10^{80}
Атом, линейный размер $10^{-10}\, м$	10^{50}
Ядро атома, линейный размер $10^{-14}\, м$	10^{38}
Электрон, классический радиус $2{,}8 \cdot 10^{-15}\, м$	10^{37}

Структура всякого потока образов есть структура натурального текста. Существование платонов помогает понять происхождение натуральных текстов: клетки матриц данных, представляющих натуральные тексты, суть платоны. Имеется примечательный факт: в любых математических методах анализа данных клетки матриц данных всегда фигурируют как неделимые сущности, как платоны.

Относительное положение платонов в строках натуральных текстов показывает, каким именно способом конкретно отношение часть-целое реализуется в природе без того, чтобы происходило «дробление» платонов; как получается, что часть существует не внутри целого, а наряду с ним. Тезис о существовании платонов эквивалентен утверждению, что мир 1) воспринимаем, 2) познаваем.

Натуральные тексты и арифметика. Чтобы получить натуральные числа n_1, n_2, n_3, n_4 в клетках таблицы (41), участвующие в построении характеристического многогранника, необходимо в натуральном тексте (40) убрать все различения, обусловленные наличием уникальных имен в столбце e. Эта процедура показывает, как в цивилизации возникла арифметика. Происхождение натурального счета тесно связано с оперированием натуральными текстами.

Круги Эйлера и эйдосы. Взаимодействие понятий, обеспечивающее истинность силлогизмов Аристотеля, принято изображать в виде кругов Эйлера. Леонард Эйлер (1707–1783) использовал такие круги, объясняя устройство силлогизмов Аристотеля в «Письмах к некоторой немецкой принцессе…» [19]. Речь идет о письмах 102–108, датированных периодом с 14 февраля по 7 марта 1761 г. Круги делают геометрически очевидным то, что не столь очевидно, когда силлогизмы записаны в виде обычного текста. До Эйлера круги в том же качестве использовал Готфрид Лейбниц (1646–1716). В VI веке н. э. неоплатоник Филопон, комментируя «Первую аналитику» Аристотеля, изображал отношения между понятиями похожим способом.

Площади кругов принято ассоциировать с объемами понятий. Например, взаимодействие понятий a, b, c, обеспечивающее истинность силлогизма Barbara «если все b суть c, и все c суть a, то все b суть a», иллюстрируют вписанные в прямоугольник круги Эйлера на рисунке 1 (Эйлер не использовал обрамляющий прямоугольник).

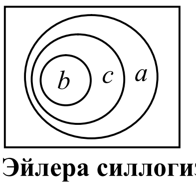

Рис. 1. Круги Эйлера силлогизма Barbara

Если круг b находится внутри круга c, а круг c внутри круга a, то круг b находится внутри круга a.

Взаимодействие понятий a, b и их отрицаний $\overline{a}$, $\overline{b}$, обеспечивающее истинность закона контрапозиции: «Пусть (**C**) a, $\overline{a}$, b, $\overline{b}$ существуют. Тогда, если (**B**) все $\overline{a}$ суть $\overline{b}$, то (**A**) все b суть a», иллюстрируют круги $\overline{a}$, $\overline{b}$ и их внешность a, b в пределах обрамляющего прямоугольника на рисунке 2.

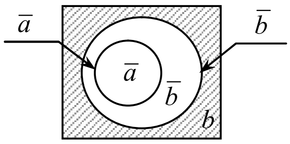

Рис. 2. Круги Эйлера для закона контрапозиции

Если круг $\bar{a}$ расположен внутри круга $\bar{b}$, то заштрихованная внешность b круга $\bar{b}$ расположена внутри внешности a круга $\bar{a}$.

С позиций физики Логоса круги и их пересечения на рисунках 1 и 2 изображают эйдосы — совокупности тождественных (абсолютно неразличимых по содержанию) платонов. Существование эйдосов в природе дало возможность людям обнаружить существование конкретных чисел натурального ряда. Так число 2 есть эйдос, представляющий совокупность двух абсолютно неразличимых арифметических единиц — платонов, содержанием которых служит принятый в качестве стандартного материальный образ цифры 1. Адекватное представление всякого эйдоса — поименованное натуральное число: 2 человека, 5 яблок, 3 метра и т.д.. Именем числа служит доступное восприятию содержание произвольного платона из принадлежащих эйдосу.

Связь кругов Эйлера со структурой универсумов. Имеется следующая связь между строением универсума строгого закона контрапозиции и вариантами рисунка 2. В решении (18) величина

$$N_n(\mathbf{B}) = n(n-1)/2$$

есть количество всевозможных вариантов рисунка 2 при условии, что объем обрамляющего прямоугольника равен n, круг $\bar{a}$ расположен внутри круга $\bar{b}$, а объем каждого из кругов $\bar{a}$, $\bar{b}$ отличен от нуля и от n. Рисунок 2 делает геометрически «очевидным» то, что аналитически в решении (18) выражено равенством $N_n(\mathbf{AB}) = N_n(\mathbf{B})$: в локальном универсуме $U_n(\mathbf{C})$ истинность $1-\varepsilon_n = N_n(\mathbf{AB})/N_n(\mathbf{B})$ строгого закона равна единице, а доля контрпримеров ε_n равна нулю.

Рассмотрим нестрогую форму закона контрапозиции «если ($\mathbf{B}$) все $\bar{a}$ суть $\bar{b}$, то ($\mathbf{A}$) все b суть a». Тогда требование, что площади кругов $\bar{a}$, $\bar{b}$ не должны быть равными n, снимается (отличие площади каждого из кругов $\bar{a}$, $\bar{b}$ от нуля остается, оно гарантируется существованием посылки «все $\bar{a}$ суть $\bar{b}$»). И тогда, при условии, что объем обрамляющего прямоугольника равен n, количество возможных рисунков типа 2, на которых круг $\bar{a}$ расположен внутри круга $\bar{b}$, дается величиной $N_n(\mathbf{B}) = n(n+1)/2$ из решения (29).

Согласно тому же решению (29), $N_n(\mathbf{AB}) = N_n(\mathbf{B}) - n$, истинность $1-\varepsilon_n = N_n(\mathbf{AB})/N_n(\mathbf{B}) = 1 - 2/(n+1)$ строго меньше единицы, а доля контрпримеров $\varepsilon_n = 2/(n+1)$ отлична от нуля при любом конечном n. Эти детали невозможно установить по отдельным вариантам рисунка 2. Здесь проявляются недостатки геометрических доказательств с помощью кругов Эйлера и преимущества прямого вычисления истинности на основе метода простых многогранников.

Эйдосы и математические множества. Вместо кругов Эйлера иногда рисуют прямоугольники, как это делал чешский математик Бернард Больцано (1781–1848). Диаграммы типа изображенных на рисунке 2 называют также диаграммами Венна, по имени английского логика Джона Венна (1834–1923), который их активно использовал в своих работах.

Часто о кругах Эйлера и диаграммах Венна говорят как о способе изображать пересекающиеся множества. И здесь есть один нюанс, который стоит подчеркнуть. Вообще говоря, круги Эйлера представляют собой эйдосы. И если под множеством понимать эйдос, проблем не возникает. Но если термин «множество» воспринимается как синоним одноименного термина в словосочетании «теория множеств», могут возникнуть ассоциации, способные приводить к недоразумениям. Дело в том, что элементы совокупностей, которые изучает математическая теория множеств, как правило, попарно различимы. Из них можно выбрать определенный элемент, обладающий заданными свойствами, чтобы сконцентрировать внимание на нем, а не на других элементах. Об этом говорят аксиомы теории множеств, а также операции, которые систематически используются математиками при работе с конечными множествами (например, операция построения так называемого «прямого произведения множеств», «отношения на множестве» и другие). Отождествление множеств попарно различимых элементов с эйдосами недопустимо по той же причине, по какой множество попарно различимых арифметических единиц нельзя отождествлять с натуральным числом, характеризующим количество единиц в этом множестве.

К примеру, сопоставим множество трех различимых единиц $3' = \{1_\alpha, 1_\beta, 1_\gamma\}$ и число $3 = n(3')$ элементов в множестве $3'$. Натуральный текст, представляющий множество $3'$, выглядит так:

e	u
1_α	$3'$
1_β	$3'$
1_γ	$3'$

Чтобы получить число $3 = n(3')$, нужно в этом тексте удалить различения физически идентичных платонов $3'$, $3'$, $3'$, вносимые «мечеными единицами» столбца e. Формально вычеркнув столбец e, мы не удалим вносимых им различений, но лишь передадим его различительную функцию точкам пространства, по которым различаются платоны $3'$, $3'$, $3'$. Единственный способ удалить столбец e вместе с вносимыми этим столбцом различениями платонов $3'$, $3'$, $3'$ состоит в том, чтобы представить совокупность платонов столбца u в виде эйдоса, поименованного числа $3 = n(3')$. Именем этого числа (но не числом!) служит символ $3'$. Множество $3' = \{1_\alpha, 1_\beta, 1_\gamma\}$ и число 3 — разные объекты, которые нельзя отождествлять. Отбросив индексы единиц в обозначении $3' = \{1_\alpha, 1_\beta, 1_\gamma\}$, мы все равно не сможем утверждать, что множество $3' = \{1, 1, 1\}$ и число 3 — это одно и то же. Единицы в множестве $\{1, 1, 1\}$, будучи физически идентичными, различимы из-за разного местоположения на этом листе бумаги. А единицы внутри числа 3 неразличимы никакими способами. Различие между числом 3 и множеством $3' = \{1, 1, 1\}$ проявляется в том, что для конструирования их (как объектов реального мира) требуется разное число платонов. Для представления множества различимых единиц $3'$ нужно 8 (либо 12) платонов, а для представления числа 3 с именем $3'$ — только 2 платона.

Понятия и эйдосы. Применительно к классической силлогистике Аристотеля традиция интерпретировать круги Эйлера как способы представления *понятий*, скрывающихся за терминами силлогизма, по-видимому, сравнительно поздняя. Сам Аристотель определял *термин* (*horos*) как «то, что сказывается, и то, о чем оно сказывается» [6]. Это *эйдос*, как это слово понимается здесь. Отличительная черта любого понятия — наличие целостных образов, тождественных друг другу. С этой точки зрения в широком смысле *эйдос* и *понятие* — синонимы. В узком же смысле понятие есть эйдос специального вида из тех, что характерны только для человеческого сознания. Констатация, что термины в силлогизмах суть эйдосы, не противоречит и существу силлогистики. Исследователи отмечают, что традиция переводить греческий термин «эйдос» латинским словом «форма» корреспондирует с представлениями Аристотеля о том, что «эйдос» или «идея» вещи находится в ней самой [20]. Но решающим аргументом служит следующий неоспоримый факт. Если термин «эйдос» понимать как совокупность неразличимых (тождественных) платонов, то созданная Аристотелем силлогистика — это первая в истории науки теория взаимодействия трех эйдосов b, c, a, объясняющая, как взаимодействие эйдосов в паре b, a обусловлено взаимодействием эйдосов в парах b, c и c, a [1, 7, 21].

Эйдосы и восприятие. Оценим средний объем эйдосов, формируемых в сознании человека за время жизни. Количество поименованных в языке эйдосов грубо оценивается объемом лексики толкового словаря, то есть величиной $2 \cdot 10^5$ (этнические толковые словари содержат, как правило, не более 200 тысяч слов и выражений).

Тратя на сон около трети жизни, человек в течение года бодрствует примерно $2 \cdot 10^7$ секунд (две трети от примерно $3 \cdot 10^7$ секунд в году). При взгляде на цветок воспринимаются платоны, формирующие его образ. Их много, но лишь один из них входит в эйдос «цветок». Предположим, бодрствующее сознание фиксирует платоны поименованных эйдосов (целостные визуальные, слуховые, обонятельные, тактильные образы, имеющие языковые имена) со средней скоростью минимум один платон в секунду. Тогда в индивидуальном сознании число платонов в составе поименованных эйдосов испытывает по минимуму приращение порядка $2 \cdot 10^7$, около двадцати миллионов за один год (платонов, воспринимаемых за год во всех эйдосах, не только поименованных, значительно больше). За 70 лет это $1{,}4 \cdot 10^9$ платонов. Полное количество поименованных эйдосов в индивидуальном сознании, как сказано выше, оценивается величиной $2 \cdot 10^5$. На один поименованный эйдос в среднем приходится примерно $1{,}4 \cdot 10^9 / 2 \cdot 10^5 \approx 10^4$ платонов. За 70 лет жизни человек воспринимает около десяти тысяч локальных целостных образов на один эйдос.

Это очень грубые оценки. Чтобы их уточнить, нужно учесть ряд дополнительных факторов: словарь лексики, словарь реплик в диалогах; особенности формирования индивидуальных словарей лексики и реплик (в том числе в детстве); связь между индивидуальными словарями лексики и реплик; разброс частот встречаемости реплик в индивидуальном языковом опыте и множество других обстоятельств. Тем не менее такие оценки дают представление о масштабах процессов, связанных с взаимодействием между восприятием и языком.

Эйдосы и теория правил. Взаимодействие эйдосов a, b описывается двумя условными частотами $P(a|b) = n(ab)/n(b) \equiv \boldsymbol{A}(b \to a)$, $P(b|a) = n(ab)/n(a) \equiv \boldsymbol{C}(b \to a)$. Первая называется точностью правила $b \to a$, вторая его полнотой. Точность есть частотная оценка достаточности b для a, полнота есть частотная оценка необходимости b для a. Величины $n(ab)$, $n(b)$, $n(a)$ суть объемы эйдосов ab, a, b. Они берутся из опыта, представленного как натуральный текст (матрица данных). Пусть точность и полнота правила $b \to a$ отличны от нуля и единицы. Тогда включение в правило $b \to a$ эйдоса c на правах нового фактора ($bc \to a$) или контекста ($bc \to ac$) меняет, вообще говоря, первоначальные точность и полноту. Так можно отыскивать точные правила, которые поддерживают врачебную диагностику, прогнозы землетрясений, процессы чтения и письма, отношения между означающими и означаемыми в знаковых системах и т. д. На этих началах в работах по детерминационному анализу [2] и детерминационной логике [1, 3, 7] были сформированы основы теории правил, позволяющей строить эффективные алгоритмы анализа систем, насчитывающих сотни, тысячи и более правил (настоящая работа продолжает реализацию намеченной там программы). Оказалось, например, что силлогистика Аристотеля есть частный случай теории взаимодействия трех эйдосов a, b, c, объясняющей, как точность и полнота правила $b \to a$ обусловлены точностью и полнотой правил $b \to c$ и $c \to a$. В 90-е годы компанией Контекст Медиа создано программное обеспечение «ДА-система 4.0»[2] для операционных систем поколений Windows 95, 98, 2000, Me, XP, NT. Здесь теория правил и сопутствующая натуральная философия положены в основу практических алгоритмов анализа данных. К областям приложения теории и практики ДА относятся социология [22, 23], лингвистика [24–26], искусственный интеллект [27, 28], медицина [29-32], анализ аминокислотных последовательностей (биотехнологии, генетика) [33], геоинформационные системы [34], экология [35, 36], расшифровка языка животных [37].

Эйдосы и язык. В письменной и устной речи паттерны графем и фонем суть эйдосы. Возможность чтения и письма обеспечивается системами точных правил. При письме факторами служат звуковые паттерны, соседствующие с тем, который записывается, а также эйдосы семантики. При чтении факторами оказываются графемы, окружающие ту, которая озвучивается. Механизмы формирования правил чтения в английском языке описаны в работе [24].

В знаковых системах языка означающие и означаемые суть эйдосы. Их взаимодействие описывается правилами, имеющими определенные точность и полноту [26]. Если у означающего b есть единственное означаемое a, правило $b \to a$ точное. Когда означаемых несколько (полисемия), правило $b \to a$ неточное, его уточняющими факторами служат эйдосы языкового и внеязыкового контекстов. Если у означаемого a имеется единственное означающее b, правило $b \to a$ полное. При наличии других означающих, не синонимов b, правило $b \to a$ неполное (наличие других означающих, которые суть синонимы b, полноту правила $b \to a$ не меняет).

В текстах и речи естественного языка правило $b \to a$ это прообраз простого предложения «b есть a».

Физика и жизнь. Нильс Бор (1885–1962) в статье «Причинность и дополнительность» [38] говорит, что «…существенные черты живых организмов, проявляющиеся лишь в таких условиях, когда точный учет поведения их атомарных составных частей исключается,

[2] ДА = Детерминационный Анализ.

являются закономерностями природы, находящимися в дополнительном отношении к тем закономерностям, которыми интересуются физика и химия. Таким образом, существование жизни, как в смысле возможностей наблюдения, так и в смысле возможностей определения в биологии можно рассматривать как элементарный факт, подобный факту существования кванта действия в атомной физике».

Если в качестве отличительной черты высших форм жизни принять способность живых существ воспринимать и создавать эйдосы, то элементарный факт, которым определяется возможность существования жизни, есть факт существования платонов. Будучи универсальной единицей мироздания, прообразом арифметической единицы, платон элементарен. Его существование есть, по Бору, «элементарный факт, подобный факту существования кванта действия в атомной физике». Физика форм, объясняя взаимодействие живых существ с миром, мышление, язык, объясняет также происхождение математики, которая служит языком физики. В согласии с представлениями Бора, математические закономерности находятся «в дополнительном отношении к тем закономерностям, которыми интересуются физика и химия».

Взаимодействие с миром через эйдосы, характерное для жизни как особого явления природы, вызывает последствия космических масштабов (В.И. Вернадский (1863–1945) [39, 40]). Оно поддерживается физическим строением живых существ, в котором основополагающую роль играют электромагнитные, гравитационные, ядерные взаимодействия материальных тел.

На вопрос о том, каким образом материальные тела поддерживают взаимодействие через эйдосы, как практически это осуществляется, пытаются ответить научные дисциплины, занятые исследованием физических процессов и явлений, поддерживающих жизнь: биофизика, биохимия, молекулярная генетика, физиология. Однако ответ, каков бы он ни был, не будет объяснением того, как устроены мышление и язык. Причину указал Бор: мир форм дополнителен к материальному миру, которым занимаются физика и химия. Законы взаимодействия через эйдосы, законы мышления, языка, относятся к особой части мироздания, требующей иных методов исследования, чем те, которые пригодны для изучения материальных тел. Связь между этими классами методов подобна связи между математикой и физикой, между методами исследования законов математики и методами исследования физических законов.

Натуральные тексты в социологии. Явления, изучаемые социологией, заданы эйдетическими полями, определяющими жизнь людей в языке и в отношениях с другими людьми. Эти поля дополнительны к материальному, физическому миру. Доступными для изучения и анализа эмпирическими объектами, отражающими состояния этих полей, оказываются натуральные тексты, отражающие взаимодействия между людьми через диалоги. Так должно быть с точки зрения физики форм. Это и наблюдается в действительности. Анкеты социологов могут быть любыми по содержанию. Но по форме заполненная анкета — запись диалога, а пачка заполненных анкет — это натуральный текст типа (1).

Технология любого опроса в социологии представляет собой своеобразный «коммуникативный круг», содержащий «перевод»

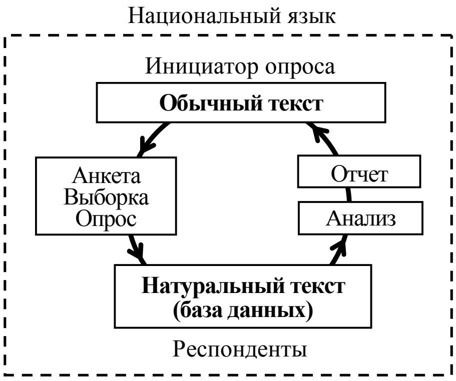

Рис. 3. Схема социологического опроса
Слева: перевод обычного текста в натуральный.
Справа: перевод натурального текста в реферированный.

обычного текста в натуральный и обратно, как показано на рисунке 3. Результат — это всегда отчет (научная статья, доклад и т. д.). Текст отчета, по форме обычный, по сути — «реферированный» [2]. Он реферирован частотами платонов (абсолютными и относительными объемами эйдосов), взятыми из натуральных текстов, первичных данных опроса. Такие частоты (абсолютные числа или проценты) содержатся в таблицах распределений, которые можно найти в любом социологическом отчете.

В схему на рисунке 3 вписывается весь методический арсенал современной эмпирической социологии: методы постановки задач, разработки вопросников, формирования выборок, проведения самих опросов, а также методы формирования баз данных, математические методы анализа данных и методы написания итоговых отчетов.

Рутинная практика социологических исследований делает явным то не слишком очевидное для многих обстоятельство, что язык — это остров в океане частот, характеризующих взаимодействия между эйдосами [41]. Сознание воспринимает платоны в их пространственно-временной данности, но оперирует эйдосами. В сущности, именно благодаря эйдетическому устройству мир доступен не только восприятию, но и анализу, в нем возможно существование языка.

Две трети дня жизни, проведенные в бодрствовании, это

$5{,}76 \cdot 10^4$ секунд. При минимальной скорости восприятия в один поименованный платон за секунду минимум пятьдесят тысяч поименованных платонов в день проходят через сознание каждого человека. Это и рождает частоты. Но на поверхности языка их не видно. Они вытесняются, «выпадают в осадок» либо скрываются за оценками типа «все», «ни один», «бывает», «много», «мало», и т. д. Механизм «вытеснения частот» тот же, что наблюдается при переходе от процентов в таблицах социологических отчетов к текстам, описывающим данные таблиц. В детерминационном анализе это переход от условных частот к текстам простых предложений, правилам, описывающим взаимодействия между эйдосами. Когда феноменология языка сводится к монологической речи и корпусу письменных текстов, эйдетическая природа его уходит в тень. Диалогическая практика социологических опросов помогает лучше осознать роль эйдосов и натуральных текстов в языке.

Эйдетическое поле, матрица поля. Как элемент эмпирической практики натуральные тексты обнаруживают себя при попытках описать диалогические отношения живых существ друг с другом и с неживой природой. В ходе экспериментов, обследований, социологических опросов натуральные тексты предстают «матрицами данных», «таблицами объект-признак». В информационных технологиях натуральные тексты — это «плоские базы данных», представленные, например, в виде электронных таблиц в MS Excel. Когда совместно учитывают сведения о многих совокупностях взаимосвязанных объектов, возникают «связанные матрицы данных», «реляционные базы». Разные имена как то: «матрица данных», «натуральный текст», «плоская база», — обозначают один и тот же нематериальный объект под углами зрения частных практик оперирования им. Но объект этот беспрецедентно универсален. И потому, несмотря на наличие у него многих синонимических имен, требуется еще одно имя, отражающее эту универсальность. В качестве такового я предлагаю имя *матрица эйдетического поля*. Оно удобно в случаях, когда нужно исследовать и обсуждать наблюдаемые свойства эйдетических полей как основы мироздания [21], безотносительно к той или иной частной предметной практике (в том числе в качестве первоисточника интуиции, которая дает начало математике).

Матрица поля — это натуральный текст, эмпирическое проявление эйдетического поля. Всякое поле характеризуется своим состоянием. Его задает матрица поля. Ограничения на вид матриц поля суть характеристические многогранники. Это своего рода уравнения эйдетического поля, которым обязаны подчиняться его состояния. Например, характеристические многогранники (42), (44), (57) это уравнения, которым подчиняются состояния эйдетического поля, задаваемые матрицами поля типа (40). Численность состояний, определяемых этими уравнениями, дается, соответственно, формулами (52), (55) и (58). Развитый выше метод простых многогранников представляет собой технику вычисления количества состояний поля по его уравнению, пригодную в определенном классе частных случаев. В работе показано, что вычисление истинности логических высказываний сводится к подсчетам численности состояний эйдетического поля. Феноменальная универсальность матриц поля (натуральных текстов) как форм индивидуального и организованного опыта во взаимодействии живых существ с миром (закон формы) дает возможность определить логику в самом широком смысле как раздел теории эйдетических полей. Предмет ее изучения — законы, которым подчиняются состояния эйдетических полей в универсумах высказываний, действующих в мышлении, в языке и в окружающем мире.

Заключительная реплика. Слова В.И. Вернадского из работы «Значение живого вещества» [39], написанной в 20-е годы прошлого века: «Совершенно ясно, что представления о Мире, в которых отсутствует проявление сил электрических, как это имеет место почти во всех космогониях, не могут давать нам верную картину мироздания. То же надо сказать и о представлениях, в которых отсутствуют проявления жизни и живого. Они не приняты космогониями во внимание не потому, что наука доказала их малое значение в мироздании, а потому, что человеческая мысль не умеет придать им для этого удобную форму изучения, как явлениям электрическим или магнитным».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чесноков С.В.* Силлогизмы в детерминационном анализе // Известия АН СССР. Серия: Техническая кибернетика. 1984. № 5. [Перевод на англ. в: Engineering Cybernetics. 1985. Vol. 22. No. 6.].
2. *Чесноков С.В.* Детерминационный анализ социально-экономических данных. М.: Наука, 1982.
3. *Чесноков С.В.* Вычисление точности D-силлогизмов в статистике таблиц сопряженности // Известия АН СССР. Серия: Техническая кибернетика. 1985. № 1.
4. *Кодд Е.Ф.* Реляционная модель данных для больших совместно используемых банков данных: Пер. с англ. // СУБД. 1995. № 1. [Оригинал: Codd E.F. Relation model of data for large shared data banks // Comm. ACM. 1970. Vol. 13. No. 6.]
5. *Пойа Д.* Математика и правдоподобные рассуждения / Пер с англ. И.А. Вайнштейна; под ред. С.А. Яновской. М.: Иностранная литература, 1957. [Оригинал: Polya G. Mathematics and plausible reasoning: Vol. 1, 2. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1954.]
6. *Аристотель.* Первая и Вторая аналитики / Пер. с древнегреч. Б.А. Фохта // Аристотель: Соч. в 4-х т. Т. 2. М.: Мысль, 1978.
7. *Чесноков С.В.* Детерминационная двузначная силлогистика // Известия АН СССР. Серия: Техническая кибернетика. 1990. № 5.

8. *Пуанкаре А.* Наука и метод // Анри Пуанкаре. О науке: Пер. с фр. М.: Наука, 1983.
9. *Колмогоров А.Н.* Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974.
10. *Канторович Л.В.* Математические методы организации и планирования производства. Л.: Изд-во ЛГУ, 1939.
11. *Канторович Л.В.* Об одном эффективном методе решения некоторых классов экстремальных проблем // Докл. АН СССР. 1940. Т. 28. № 3.
12. *Данциг Дж.Б.* Линейное программирование, его обобщения и применения: Пер. с англ. М.: Прогресс, 1966.
13. *Lukasiewicz J.* Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls // Comptes Rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie. 1930. Cl. III. Vol. 23. P. 51-77.
14. *Вейль Г.* Призрак модальности / Пер. с англ. З.А. Кузичевой; Под ред. В.И. Арнольда // Вейль Г. Избранные труды. Математика, теоретическая физика. М.: Наука, 1984. С. 256–274.
15. *Борель Э.* Вероятность и достоверность / Пер с фр. И.Б. Погребысского; Под ред. Б.В. Гнеденко. М.: Наука, 1969. [Оригинал: Borel E. Probabilite et Certitude. Paris: Presses Universitaires de Franse, 1956.]
16. *Клайн М.* Математика: утрата определенности / Пер. с англ. Ю.А. Данилова; Под ред. И.М. Яглома. М.: Мир, 1984. [Оригинал Kline M. Mathematics. The loss of certainty. New York: Oxford Univercity Press, 1980.]
17. *Гессе Г.* Игра в бисер / Пер. с нем. С. Апта // Гессе Г. Избранное. М.: Радуга, 1984.
18. *Платон.* Парменид / Пер. с древнегреч. Н.Н. Томасова; Под ред. А.Ф. Лосева // Платон: Соч. в 3-х т. Т. 2. М.: Мысль, 1970.
19. *Эйлер Л.* Письма о разных физических и философических материях к некоторой немецкой принцессе: Ч. 2. 3-е изд. / Пер. с франц. С. Румовского. СПб.: Имп. Акад. Наук, 1791.
20. *Лосев А.Ф., Тахо-Годи А.А.* Аристотель. М.: Детская литература, 1982.
21. *Чесноков С.В.* Физика Логоса. Нью-Йорк: Телекс, 1991.
22. *Чесноков С.В.* Детерминационный анализ социологических данных // Социологические исследования. 1980. № 3.
23. *Чесноков С.В.* Основы гуманитарных измерений. М.: Ин-т системных исследований ГКНТ и АН СССР, 1985.
24. *Chesnokov S.V., Luelsdorff P.A.* Determinacy analysis and theoretical orthography // Theoretical Linguistics. 1991. Vol. 17. No. 1–3.
25. *Luelsdorff P.A., Chesnokov S.V.* Determinacy–experience // Writing vs. Speaking: Language, Text, Discours, Communication / Ed. by S. Chmejrkova, F. Danesh, E. Havlova. Tubingen: Gunter Narr Verlag, 1994.
26. *Luelsdorff P.A., Chesnokov S.V.* Determinacy form as the essence of language // Prague Linguistic Circle Papers. 1996. Vol. 2.
27. *Chesnokov S.V.* The effect of semantic freedom in the logic of natural language // Fuzzy Sets and Systems. 1987. Vol. 22.
28. *Ротенберг В.С., Чесноков С.В.* Виртуальность имен в процессе диалога в естественном языке // Известия АН СССР. Серия: Техническая кибернетика. 1986. № 5.

29. *Чесноков С.В.* Детерминационный анализ и поиск диагностических критериев в медицине: на примере комплексных ультразвуковых обследований // Ультразвуковая диагностика. 1996. № 4.
30. *Чесноков С.В.* Применение детерминационного анализа для поиска диагностических критериев и обработки данных при проведении комплексных ультразвуковых обследований // Клиническое руководство по ультразвуковой диагностике. Т. 4. М.: ВИДАР, 1997. С. 362–376.
31. *Чесноков С.В.* Регистр болезней крови, иммунной системы и онкологических заболеваний детей и подростков Российской Федерации. Доклад на III Рабочем совещании руководителей центров (отделений) детской гематологии/онкологии. Министерство здравоохранения РФ, НИИ Детской гематологии МЗ РФ. Москва. 2002. 28–30 ноября.
32. *Чесноков С.В.* Отраслевой полинозологический регистр «Болезни крови, иммунной системы и онкологические заболевания у детей и подростков». Опыт разработки и внедрения. Доклад на Первой Всероссийской Конференции по детской нейрохирургии. Российская Академия медицинских наук, Министерство здравоохранения РФ, Ассоциация нейрохирургов России, Институт нейрохирургии им. акад. Н.Н. Бурденко РАМН. Москва. 2003. 18–20 июня.
33. *Chesnokov S., Reznik K.* Determinacy analysis and sequences orthography applied to the primary amino acid sequences for GABA-Receptors: Method, software, calculations. The frame of International Conference «Membrane Bioelectrochemistry: From Basic Principles to Human Health». Moscow. 2002. June 11–16.
34. *Zaslavsky N.* Logical inference about categorical coverages in multi-layer GIS. Ph.D. dissertation. University of Washington, 1995.
35. *Левич А.П., Максимов В.Н., Булгаков Н.Г.* Методика применения детерминационного анализа данных мониторинга для целей экологического контроля природной среды // Успехи современной биологии. 2001. Т. 121. № 2. С. 131.
36. *Булгаков Н.Г.* Технология регионального контроля природной среды по данным биологического и физико-химического мониторинга. Диссертация на соискание ученой степени доктора биологических наук. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2003.
37. *Чесноков С.В.* Новый подход к расшифровке языка дельфинов. Доклад на семинаре «Расшифровка языка дельфинов». Государственный биологический музей им. К.А. Тимирязева. Москва. 1994. 1–2 марта.
38. *Бор Н.* Причинность и дополнительность / Пер. с нем. А.П. Бухвостова // Н. Бор. Избранные научные труды: В 2-х т. / Под ред. И.Е. Тамма, В.А. Фока, Б.Г. Кузнецова. Т. 2. М.: Наука, 1971. С. 204–212.
39. *Вернадский В.И.* Значение живого вещества // В.И. Вернадский. Живое вещество. М.: Наука, 1978.
40. *Вернадский В.И.* Научная мысль как планетное явление. М.: Наука, 1991.
41. *Чесноков С.В.* Мне интересен человек как человек…. // Социологический журнал. 2001. № 2.